BANCA D'ITALIA

Temi di discussione

del Servizio Studi

Tecniche BVAR per la costruzione di modelli previsivi mensili e trimestrali

di G. Amisano, M. Serati e C. Giannini

Numero 302 - Aprile 1997

Temi di discussione

del Servizio Studi

BANCA D'ITALIA - Roma - 1997

La serie "Temi di discussione" intende promuovere la circolazione, in versione provvisoria, di lavori prodotti all'interno della Banca d'Italia o presentati da economisti esterni nel corso di seminari presso l'Istituto, al fine di suscitare commenti critici e suggerimenti.

I lavori pubblicati nella serie riflettono esclusivamente le opinioni degli autori e non impegnano la responsabilità dell'Istituto.

Comitato di redazione:
MASSIMO ROCCAS, DANIELA MONACELLI, ROBERTO RINALDI, DANIELE TERLIZZESE, SANDRO TRENTO, ORESTE TRISTANI; SILIA MIGLIARUCCI *(segretaria)*.

Tecniche BVAR per la costruzione di modelli previsivi mensili e trimestrali

di G. Amisano, M. Serati e C. Giannini

Numero 302 - Aprile 1997

TECNICHE BVAR PER LA COSTRUZIONE DI MODELLI PREVISIVI MENSILI E TRIMESTRALI (*)

di G. Amisano (**), M. Serati (***) e C. Giannini (****)

Sommario

In questo lavoro descriviamo come l'approccio BVAR (Bayesian Vector Autoregressions) è stato da noi utilizzato per la costruzione di un insieme di modelli previsivi per l'economia italiana a frequenza mensile e trimestrale. I principali aspetti delle tecniche di stima sono discussi sia sotto il profilo teorico che applicativo. Discutiamo inoltre i dettagli delle scelte operate in sede di specificazione dei modelli adottati per l'ottenimento delle previsioni.

Indice

(*) Testo presentato al Seminario tenuto presso il Servizio Studi della Banca d'Italia il 16 febbraio 1997.

(**) Università di Brescia, Dipartimento di Scienze economiche.
(***) Università di Pavia, LIUC e Dipartimento di Economia politica e metodi quantitativi.
(****) Università di Pavia, Dipartimento di Economia politica e metodi quantitativi.

Introduzione[1]

Negli ultimi vent'anni i modelli autoregressivi vettoriali (VAR) hanno incontrato enorme successo applicativo e sono stati intensamente utilizzati per finalità previsive. A partire dal contributo originario di Sims (1980), i costruttori di modelli previsivi, sia in ambito accademico che professionale, hanno progressivamente dismesso l'uso di modelli simultanei strutturali, date le loro insoddisfacenti performance previsive. Inoltre, la loro elevata dimensione e complessità fanno dei modelli strutturali strumenti molto problematici in fase di costruzione, stima e simulazione.

Dal punto di vista applicativo, i modelli VAR sono concettualmente semplici, facilmente gestibili e possono essere stimati con modeste risorse di calcolo. Essendo vere e proprie forme ridotte, essi non richiedono l'imposizione di vincoli per l'identificazione, e costituiscono un modo chiaro ed elegante di riassumere le correlazioni dinamiche tra le variabili congiuntamente trattate come endogene.

Sfortunatamente, il più grande problema che si incontra nelle applicazioni dei VAR è connesso alla loro inefficiente parametrizzazione, che sembra precludere la possibilità di analizzare sistemi di medie e grandi dimensioni. Anche in modelli con un numero limitato di variabili, l'uso delle tecniche consuete di stima dei VAR conduce spesso a stime inefficienti e a insoddisfacenti prestazioni previsive.

La ricerca di metodi di stima più efficienti e di previsioni maggiormente affidabili è la principale motivazione del lavoro di R.T. Litterman (1979, 1986), che ha proposto la trattazione bayesiana dei modelli VAR (modelli Bayesian VAR, o BVAR). L' idea fondamentale sottostante a tale approccio è molto semplice: il ricercatore considera i parametri del modello come variabili casuali ed utilizza distribuzioni a priori informative sui parametri autoregressivi da combinare con la funzione di verosimiglianza per ottenere stime più efficienti basate sulla distribuzione a posteriori dei parametri stessi.

Nella proposta originaria di Litterman, le *prior* non sono specificate necessariamente per rappresentare convinzioni a priori soggettive del ricercatore, ma con la finalità dichiarata di

---

[1] Per corrispondenza e-mail: amisano@master.cci.unibs.it. Ringraziamo Alessia Berardi, Andrea Brasili, Pierluigi Coriazzi e Piero Rasini per la loro creativa ed alacre collaborazione. Ringraziamenti sono dovuti a Carluccio Bianchi, Fabio Canova, Carlo Favero, Rocco Mosconi e ai partecipanti ai seminari tenuti presso Prometeia Calcolo e Servizio Studi della Banca d'Italia per utili suggerimenti. Assumiamo la responsabilità di eventuali errori.

riflettere in modo approssimativo le proprietà statistiche univariate dei dati sotto indagine. Più precisamente, la distribuzione a priori è di solito specificata tenendo in considerazione il fatto che molte serie economiche hanno proprietà univariate approssimabili con quelle di un processo *random walk* con *drift*.

Un ulteriore vantaggio della metodologia BVAR, oltre ad offrire la possibilità di ottenere stime più efficienti, è che i parametri possono facilmente essere considerati come variabili nel tempo e stimati per mezzo del filtro di Kalman. In questo modo è possibile tenere conto della disomogeneità temporale delle serie analizzate, cosa che risulta particolarmente utile quando il periodo campionario utilizzato per la stima è piuttosto ampio.

La procedura originaria proposta da Litterman (1979) è stata in seguito sviluppata pienamente da Doan, Litterman e Sims (1984), e applicata nel *package* econometrico RATS (Doan, 1992). A partire dai primi anni 80, l'approccio BVAR ha incontrato negli Stati Uniti un grande successo applicativo come strumento previsivo congiunturale in strutture pubbliche e private di ricerca.

Lo scopo principale di questo lavoro è quello di mostrare come la metodologia BVAR possa essere utilizzata per la costruzione e la stima di modelli finalizzati all'ottenimento di previsioni congiunturali sull'andamento dell'economia italiana. È nostra intenzione mostrare in primo luogo gli aspetti cruciali legati alla specificazione del modello e le novità metodologiche ed applicative che abbiamo introdotto nella metodologia utilizzata per la costruzione di un portafoglio di modelli previsivi.

Il presente lavoro è organizzato nel modo seguente. Nella prima sezione descriviamo i principali aspetti della metodologia BVAR, con particolare riguardo ai problemi più concretamente applicativi. Nelle sezioni successive del lavoro descriviamo la struttura dei modelli che abbiamo costruito e utilizzato a fini previsivi. La seconda sezione è dedicata alla specificazione del modello mensile e le sezioni 3 e 4 contengono rispettivamente la descrizione del modello trimestrale reale e del modello trimestrale dei deflatori formulato con la finalità di fornire previsioni in termini correnti soprattutto in relazione alle grandezze del settore estero. Una sezione finale accoglie alcuni considerazioni conclusive e le nostre linee di ricerca futura.

[1] SEZIONE METODOLOGICA

[1.1] Modelli VAR e BVAR

Consideriamo un vettore $(n\times 1)$ di serie $\mathbf{y}_t$ per il quale assumiamo l'esistenza di una rappresentazione autoregressiva vettoriale (VAR) di ordine finito. Tale assunzione è pienamente legittima non solo per serie vettoriali stazionarie, ma anche per variabili integrate in presenza di relazioni di cointegrazione. Il modello VAR di ordine finito (k) è consuetamente rappresentato come:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{\Phi}\, \mathbf{d}_t + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \ldots + \mathbf{A}_k \mathbf{y}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t\,,\ \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim \mathrm{VWN}(\mathbf{0},\Sigma), \tag{1}$$

dove $\mathbf{d}_t$ è un vettore $(d\times 1)$ di variabili deterministiche appropriate.

Se non si impongono restrizioni sullo spazio parametrico il modello VAR (1) può facilmente essere stimato per mezzo dei minimi quadrati ordinari (OLS). Lo stimatore OLS coincide con lo stimatore di massima verosimiglianza (ipotizzando la normalità di $\boldsymbol{\varepsilon}_t$) quando si condizioni sulle prime k osservazioni, e con lo stimatore SURE. In presenza di variabili cointegrate, il sistema può essere stimato tramite il metodo di massima verosimiglianza imponendo o meno il vincolo di rango ridotto implicato dalla presenza di cointegrazione. Le stime risultanti sono chiaramente consistenti e il modello VAR stimato può essere utilizzato a fini previsivi e per simulazioni dinamiche.

Uno tra i problemi più seri incontrati dagli utilizzatori di modelli VAR è dato dal fatto che tale classe di modelli è afflitta cronicamente da sovraparametrizzazione. Per questo motivo solo piccoli modelli possono essere stimati in maniera soddisfacente tramite OLS o massima verosimiglianza e l'analisi VAR di modelli con più di 5 o 6 variabili è in genere preclusa.

In questo lavoro descriviamo la metodologia bayesiana come un modo possibile di ottenere stime più efficienti dei parametri. Le tecniche bayesiane per la stima dei VAR sono state introdotte da R. Litterman (1979, 1986), e la loro enorme diffusione è connessa all'uso intensivo dei VAR bayesiani (BVAR) come strumenti previsivi da parte della Federal Reserve Bank di Minneapolis a partire dai primi anni 80. In un paper famoso, Doan, Litterman and Sims (1984, di qui in avanti DLS), basandosi su alcuni precedenti lavori di Litterman, hanno mostrato come i BVAR possono essere validamente utilizzati per effettuare previsioni condizionate ed incondizionate.

Nel contesto bayesiano, i dati non costituiscono l'unica fonte di informazioni, ma sono combinati a convinzioni a priori del ricercatore per generare una funzione di densità a posteriori dei parametri che sono considerati alla stregua di variabili casuali. L'imposizione di

queste convinzioni, espresse in termini di una distribuzione a priori per i parametri, è chiaramente un modo di imporre vincoli stocastici sullo spazio parametrico.
Nel prossimo paragrafo descriviamo brevemente le principali linee metodologiche che caratterizzano l'approccio bayesiano in ambito econometrico.

[1.2] Analisi econometrica bayesiana

Consideriamo un modello parametrico del tipo:

$$f(\mathbf{y}_t, \mathbf{x}_t, \mathbf{e}_t; \theta), \theta \in \Theta$$

dove $\mathbf{y}_t$ è un vettore $(n \times 1)$ di variabili dipendenti, $\mathbf{x}_t$ è un vettore $(k \times 1)$ di variabili predeterminate e/o esogene, $\mathbf{e}_t$ è un termine d'errore vettoriale, θ è un vettore di parametri e $f(\cdot)$ è una generica funzione. Nell'approccio econometrico classico, il problema inferenziale può essere sintetizzato nei termini seguenti: sono disponibili T osservazioni su $\mathbf{y}_t$ e $\mathbf{x}_t$; il ricercatore deve quindi ottenere una stima sensata del vettore di parametri incogniti θ. Ciò equivale a considerare i dati come l'unica fonte di informazioni.
Sulla base di assunzioni precise sulla distribuzione dei termini d'errore (per esempio la loro normalità), e di una precisa specificazione per la funzione $f(\cdot)$, è possibile scrivere la distribuzione congiunta delle osservazioni nel campione. Se consideriamo tale distribuzione come una funzione dei parametri, questa densità è chiamata funzione di verosimiglianza. L'inferenza classica consiste in genere nella massimizzazione della funzione di verosimiglianza con lo scopo di ottenere una stima appropriata dei parametri. Insieme a tale stima puntuale, in genere è possibile fornire una stima dell'incertezza connessa a tale stima, al fine di costruire intervalli di confidenza e condurre prova delle ipotesi.
L'approccio bayesiano differisce radicalmente da quello classico, in particolare per il modo di considerare il vettore dei parametri. Nell'analisi bayesiana non esiste alcun valore "vero" incognito per i parametri. Al contrario, questi sono considerati come variabili casuali non osservabili sulle quali il ricercatore potrebbe avere alcune informazioni a priori extra campionarie. Il problema diventa dunque quello di combinare in modo ottimale l'informazione a priori con quella campionaria. Ciò viene fatto per mezzo del teorema di Bayes. La funzione di verosimiglianza è considerata come la probabilità dei dati campionari dati i parametri, vale a dire $p(\mathbf{y}|\theta)$; l'informazione campionaria sui parametri è specificata in

termini di una distribuzione campionaria $p(\boldsymbol{\theta})$ che assegna massa probabilistica ai sottoinsiemi di $\boldsymbol{\Theta}$. Utilizzando il teorema di Bayes, è possibile scrivere:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = p(\boldsymbol{\theta})\, p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) / \left[\int p(\boldsymbol{\theta})\, p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta}\right] = p(\boldsymbol{\theta})\, p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})/p(\mathbf{y}) \tag{2}$$

La distribuzione $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ è detta *distribuzione congiunta a posteriori* del vettore dei parametri. Tale densità misura l'incertezza sul valore dei parametri che risulta dopo aver combinato tutte le fonti di informazione disponibili e costituisce il punto di partenza per condurre inferenza. È importante notare che la distribuzione a posteriori dato il campione osservato **y** è proporzionale al prodotto tra verosimiglianza e distribuzione a priori: il denominatore dell' espressione (2) può essere interpretato come una costante di normalizzazione. Per questo motivo è molto comune nella letteratura bayesiana la notazione:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto p(\boldsymbol{\theta})\, p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}). \tag{3}$$

Dall'esame della (3) si ricava una utile interpretazione della distribuzione a posteriori: la funzione di verosimiglianza viene ponderata utilizzando come pesi la distribuzione a priori. Da questo punto di vista, l'approccio classico corrisponde ad un caso particolare di analisi bayesiana: quando la distribuzione a priori sia diffusa sullo spazio parametrico, vale a dire quando $p(\boldsymbol{\theta}) \propto 1$, la distribuzione a posteriori è proporzionale alla funzione di verosimiglianza, che rappresenta il punto di partenza dell'inferenza classica.

Il modo in cui la funzione di verosimiglianza e l'informazione a priori sono combinate può anche essere interpretato da un punto di vista diverso che non richiede strettamente assunzioni sulla distribuzione dei termini d'errore del modello. A questo scopo prendiamo come esempio modello di regressione lineare:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\,\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e},\ \mathrm{E}(\mathbf{e}) = \mathbf{0},\ var(\mathbf{ee}') = \sigma^2 \mathbf{I}_T, \tag{4}$$

e immaginiamo di disporre di informazioni a priori su p distinte combinazioni lineari dei parametri:

$$\mathbf{R}\,\boldsymbol{\beta} = \mathbf{d} + \mathbf{e}_0,\ \mathrm{E}(\mathbf{e}_0) = \mathbf{0},\ var(\mathbf{e}_0\,\mathbf{e}_0') = \mathbf{Q}_0. \tag{5}$$

Questa formulazione differisce da quella usuale per i vincoli lineari non omogenei sui parametri per il fatto che l'informazione extra-campionaria su $\boldsymbol{\beta}$ è soggetta ad errore, cioè si ha incertezza a priori. Per questo motivo, i vincoli sono detti stocastici.

Considerando l'informazione extra-campionaria alla stregua di p osservazioni addizionali, si ricava lo stimatore *misto* GLS (Theil-Goldberger, 1961):

$$\widetilde{\boldsymbol{\beta}} = [\sigma^{-2}\mathbf{X}'\mathbf{X} + \mathbf{R}'\,\mathbf{Q}_0^{-1}\mathbf{R}]^{-1}[\sigma^{-2}\mathbf{X}'\mathbf{y} + \mathbf{R}'\,\mathbf{Q}_0^{-1}\mathbf{d}],$$

$$\mathrm{var}(\tilde{\boldsymbol\beta}) = [\sigma^{-2}\,\mathbf{X'X} + \mathbf{R'}\,\mathbf{Q}_0^{-1}\mathbf{R}]^{-1}\,.$$

Sotto il profilo bayesiano, ipotizzando la seguente struttura del modello:

$$\mathbf{R}\,\boldsymbol\beta \sim \mathrm{N}\,(\mathbf{d},\,\mathbf{Q}_0), \qquad \text{(prior)} \qquad (5a)$$

$$(\mathbf{y}|\mathbf{X}\boldsymbol\beta) \sim \mathrm{N}\,(\mathbf{X}\boldsymbol\beta,\,\sigma^2\mathbf{I}_T), \qquad \text{(informazione campionaria)} \qquad (6a)$$

si ottiene la distribuzione a posteriori di $\boldsymbol\beta$ condizionata su σ^2:

$$(\boldsymbol\beta|\mathbf{y}\,\sigma^2) \sim \mathrm{N}(\tilde{\boldsymbol\beta},[\sigma^{-2}\,\mathbf{X'X} + \mathbf{R'}\,\mathbf{Q}_0^{-1}\mathbf{R}]^{-1}).$$

Il problema di combinare informazione a priori con quella campionaria su di un vettore di parametri incogniti può anche essere descritto nei termini di applicazione del filtro di Kalman: il problema è infatti quello di aggiornare l'inferenza su di una variabile di stato non osservabile quando nuove osservazioni sulle controparti osservabili risultino disponibili. A questo proposito si consideri il seguente sistema di equazioni:

$$y_t = \mathbf{x}_t'\,\boldsymbol\beta_t + \varepsilon_t\,,\; E\,(\varepsilon_t) = 0,\; var\,(\varepsilon_t) = \sigma^2\,,\; E(\varepsilon_t\,\varepsilon_s) = 0\;\forall\; t \neq s, \qquad (6)$$

$$\boldsymbol\beta_t = \mathbf{A}\,\boldsymbol\beta_{t-1} + \boldsymbol\eta_t\,,\; E(\boldsymbol\eta_t) = \mathbf{0},\; E(\boldsymbol\eta_t\,\boldsymbol\eta_t') = \boldsymbol\Omega,\; E(\boldsymbol\eta_t\,\boldsymbol\eta_s') = \mathbf{0}\;\forall\; t \neq s, \qquad (7)$$

$$\hat{\boldsymbol\beta}_{t-1} = \boldsymbol\beta_{t-1} + \mathbf{e}_{t-1}\,,\; E(\mathbf{e}_t) = \mathbf{0},\; E(\mathbf{e}_{t-1}\,\mathbf{e}_{t-1}') = \mathbf{Q}_{t-1},\; E(\mathbf{e}_t\,\mathbf{e}_s') = \mathbf{0}\;\forall\; t \neq s, \qquad (8)$$

$$E\,(\boldsymbol\eta_t\,\varepsilon_s) = \mathbf{0},\; E\,(\mathbf{e}_t\,\varepsilon_s) = \mathbf{0},\; E\,(\boldsymbol\eta_t\,\mathbf{e}_s') = \mathbf{0},\;\forall\; t,\,s. \qquad (9)$$

l'equazione (6), detta *equazione di misurazione*, connette la variabile osservabile (y_t) al vettore di stato inosservabile $\boldsymbol\beta_t$ in modo lineare tramite un insieme di variabili esplicative. La rappresentazione data dalle equazioni (6-9) viene detta rappresentazione in *spazio degli stati*.

L'equazione (7), detta *equazione di stato* o *di transizione*, mostra come il vettore degli stati evolva nel tempo, mentre l'equazione (8) fornisce la formulazione analitica di un'affermazione probabilistica avanzata all'istante t-1 e concernente lo stato del sistema allo stesso istante. Questa equazione costituisce l'inizializzazione del filtro.

Le assunzioni di ortogonalità formulate nella (9) sono motivate unicamente dallo scopo di rendere l'algebra più semplice e non sono affatto necessarie.

Il filtro di Kalman opera attraverso la ripetizione ciclica dei due passi seguenti:

1) Estrapolazione: l'equazione (7) viene utilizzata per definire la migliore *previsione* su $\boldsymbol\beta_t$ che possa essere formulata sulla base dell' informazione disponibile a t-1, che immaginiamo contenuta nell'insieme informativo $I_{t-1} = (y_\tau\,,\,\mathbf{x}_\tau : \tau \le t\text{-}1)$:

$$\hat{\boldsymbol\beta}_{t|t-1} = E(\boldsymbol\beta_t|I_{t-1}) \;= \mathbf{A}\hat{\boldsymbol\beta}_{t-1}\,,$$

con errore di estrapolazione associato:

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{t|t-1} = \boldsymbol{\beta}_t - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{t|t-1} = \mathbf{A}\,\mathbf{e}_{t-1} + \boldsymbol{\eta}_t,$$
$$E[\hat{\boldsymbol{\eta}}_{t|t-1}|I_t] = \mathbf{0},\ E[\hat{\boldsymbol{\eta}}_{t|t-1}\hat{\boldsymbol{\eta}}'_{t|t-1}|I_t] = \mathbf{Q}_{t|t-1} = \mathbf{A}\,\mathbf{Q}_{t-1}\mathbf{A}' + \boldsymbol{\Omega}$$

Si noti che tale estrapolazione $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{t|t-1}$ è incondizionatamente non distorta:

$$E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{t|t-1}) = \boldsymbol{\beta}_t.$$

2) Aggiornamento: quando diventano disponibili le osservazioni su y_t e $\mathbf{x}_t$ (e l'insieme informativo disponibile diventa quindi I_t), è possibile combinare questa nuova fonte di informazioni sul vettore di stato con il risultato della fase di estrapolazione. Il modo più immediato di interpretare questo aggiornamento è nei termini di un'operazione di stima mista. Definendo infatti:

$$\tilde{\mathbf{y}}_t = \tilde{\mathbf{X}}_t\boldsymbol{\beta}_t + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t,$$

$$\tilde{\mathbf{X}}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_k \\ \mathbf{x}'_t \end{bmatrix},\ \tilde{\mathbf{y}}_t = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{t|t-1} \\ y_t \end{bmatrix},\ \tilde{\boldsymbol{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{t|t-1} & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0} & \sigma^2 \end{bmatrix},\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\eta}}_{t|t-1} \\ \varepsilon_t \end{bmatrix}$$

attraverso lo stimatore *GLS* , otteniamo che la migliore *previsione* sul vettore di stato β_t è:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_t = E(\boldsymbol{\beta}_t|I_t) = (\tilde{\mathbf{X}}'_t\tilde{\Sigma}_t^{-1}\tilde{\mathbf{X}}_t)^{-1}\tilde{\mathbf{X}}'_t\tilde{\Sigma}_t^{-1}\tilde{\mathbf{y}}_t = (\sigma^{-2}\mathbf{x}_t\mathbf{x}'_t + \mathbf{Q}_{t|t-1}^{-1})^{-1}(\sigma^{-2}\mathbf{x}_t y_t + \mathbf{Q}_{t|t-1}^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{t|t-1})$$
$$= \boldsymbol{\beta}_t + (\tilde{\mathbf{X}}'_t\tilde{\Sigma}_t^{-1}\tilde{\mathbf{X}}_t)^{-1}\tilde{\mathbf{X}}'_t\tilde{\Sigma}_t^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t = \boldsymbol{\beta}_t + \mathbf{e}_t,$$
$$\mathbf{e}_t = (\tilde{\mathbf{X}}'_t\tilde{\Sigma}_t^{-1}\tilde{\mathbf{X}}_t)^{-1}\tilde{\mathbf{X}}'_t\tilde{\Sigma}_t^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t = (\sigma^{-2}\mathbf{x}_t\mathbf{x}'_t + \mathbf{Q}_{t|t-1}^{-1})^{-1}(\sigma^{-2}\mathbf{x}_t\varepsilon_t + \mathbf{Q}_{t|t-1}^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{t|t-1}),$$
$$E(\mathbf{e}_t) = \mathbf{0}, \mathrm{var}(\mathbf{e}_t) = (\tilde{\mathbf{X}}'_t\tilde{\Sigma}_t^{-1}\tilde{\mathbf{X}}_t)^{-1} = (\sigma_t^{-2}\mathbf{x}_t\mathbf{x}'_t + \mathbf{Q}_{t|t-1}^{-1})^{-1} = \mathbf{Q}_t.$$

Si noti che a) ipotizzando la normalità dei termini di disturbo ε_t, $\boldsymbol{\eta}_t$ e $\mathbf{e}_{t-1}$ nella (6), (7) e (8) si ottiene ad una distribuzione normale a posteriori (dopo l'aggiornamento) per $\boldsymbol{\beta}_t$:

$$\boldsymbol{\beta}_t \sim N(\hat{\boldsymbol{\beta}}_t, \mathbf{Q}_t)$$

b) per essere in grado di applicare la formula di aggiornamento, è chiaramente necessario conoscere tutte le matrici di varianze e covarianze che appaiono nelle formule.

La media condizionale di $\boldsymbol{\beta}_t$ può essere utilizzata come punto di partenza per un altro passo di aggiornamento calcolando $E\,(\boldsymbol{\beta}_{t+1}|I_t)$. Questa espressione viene poi aggiornata quando y_{t+1} e $\mathbf{x}_{t+1}$ diventano disponibili. Il modello appena esposto può' essere utilizzato anche per descrivere un contesto di parametri fissi, come caso speciale in cui la matrice di varianze e covarianze dell'equazione di stato $\boldsymbol{\Omega}$ sia uguale a zero e quando $\mathbf{A} = \mathbf{I}_k$. In questo caso l'aggiornamento della stima del vettore di stato può essere fatta per ogni singola osservazione, producendo una stima ricorsiva dei parametri e i corrispondenti residui ricorsivi. Alternativamente, e' possibile utilizzare tutta l'informazione disponibile per ottenere una stima finale di $\boldsymbol{\beta}$.

Si noti come nell'applicazione del filtro di Kalman sia necessario inizializzare l'algoritmo tramite la scelta di $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0$ e $\mathbf{Q}_0$. In termini bayesiani questa inizializzazione è fornita dalla specificazione della distribuzione a priori.

Abbiamo detto che la combinazione di evidenza campionaria e di informazione a priori sui parametri conduce alla formulazione della distribuzione a posteriori congiunta per tutti i parametri del modello. Nella maggior parte delle applicazioni l'inferenza è condotta solo su di un sottoinsieme stretto del vettore dei parametri del modello. Per questa ragione la distribuzione a posteriori viene marginalizzata rispetto ai parametri che non interessano il ricercatore. In termini più formali, dato $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\theta}_1', \boldsymbol{\theta}_2']'$, vettore dei parametri del modello, e supponendo di essere interessati solo a $\boldsymbol{\theta}_1$, è sensato procedere all'analisi della distribuzione a posteriori marginalizzata:

$$p(\boldsymbol{\theta}_1|\mathbf{y}) = \int p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})d\boldsymbol{\theta}_2.$$

Concettualmente questa è un'operazione banale, ma dal punto di vista computazione può risultare molto complicata dato che frequentemente l'integrazione non è analiticamente possibile. In questi casi si ricorre generalmente a soluzioni approssimate o ad integrazione di Monte Carlo (Geweke, 1989).

[1.3] *Minnesota prior* per i BVAR

Al fine di rendere operativa la procedura di stima bayesiana, è necessario specificare una distribuzione a priori per i parametri del modello. Nella letteratura BVAR classica (Litterman, 1979, 1986, DLS, 1984), la prior è specificata sulla base della considerazione che la maggior parte delle serie macroeconomiche hanno comportamento di lungo periodo approssimabile per mezzo di un *random walk*: in quest'ottica, in ciascun equazione del VAR si attribuisce al parametro del primo ritardo della variabile dipendente un valore atteso a priori pari a uno, e a tutti gli altri parametri un valore atteso pari a zero. Questa specificazione è divenuta standard nella letteratura BVAR e la risultante distribuzione a priori viene generalmente chiamata *Minnesota prior*[2] (di qui in avanti MP).

Per descrivere in dettaglio la struttura della distribuzioni a priori *MP*, è possibile scrivere la generica equazione di un modello VAR:

$$y_{it} = \sum_{i=}^{d} \phi_{ij} d_{jt} + \sum_{h=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} a_{ij,h} y_{jt-h} + \varepsilon_{it} = \mathbf{x}_t{}' \boldsymbol{\beta}_i + \varepsilon_{it}$$

come un modello di regressione lineare dove il vettore $(k^* \times 1)$ $\mathbf{x}_t$ raccoglie tutti i regressori dell'i-esima equazione. Si noti che l'insieme dei regressori è lo stesso in tutte le equazioni del sistema e $k^* = kn+d$.

Si chiami $\boldsymbol{\beta}_{it}$ il vettore dei parametri della i-esima equazione che si ipotizzano variabili nel tempo. L'equazione di stato diventa:

$$\boldsymbol{\beta}_{it} = sh_i\ \boldsymbol{\beta}_{it-1} + (1 - sh_i)\ \bar{\boldsymbol{\beta}}_i + \boldsymbol{\eta}_{it} \sim \mathrm{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega}_i) \qquad (10)$$

dove $sh_i\,\mathbf{I}_{k^*}$ è la matrice di transizione dei parametri e $\bar{\boldsymbol{\beta}}_i$ è il valore atteso a priori per $\boldsymbol{\beta}_{i0}$.

Si noti che la formalizzazione (10) presuppone per $\boldsymbol{\beta}_{it}$ un sentiero di evoluzione nel tempo sul quale influiscono congiuntamente sia la configurazione iniziale per i parametri, sia la stima del vettore ottenuta nel periodo t-1, mentre sh_i ($1 \geq sh_i \geq 0$) rappresenta l'iperparametro che controlla il tasso di decadimento delle stime verso la stessa media a-priori. In particolare, un valore di sh_i che tende ad avvicinarsi all'unità significa modellare il movimento dei coefficienti come un *random walk*.

Al vettore dei parametri è assegnata la *prior*:

$$\boldsymbol{\beta}_{it} \sim \mathrm{N}(\bar{\boldsymbol{\beta}}_i\ , \mathbf{Q}_{i0})$$

dove $\bar{\boldsymbol{\beta}}_i$ è un vettore $(k^* \times 1)$ composto da k^*-1 elementi uguali a zero e da un elemento uguale a uno corrispondente al primo ritardo della variabile endogena. I momenti secondi della distribuzione a priori sono specificate sulla base di due ordini di considerazioni:

1) Al fine di semplificare i calcoli, si assume che i parametri in ciascun equazione siano tra loro non correlati, vale a dire si assume che la matrice di varianze e covarianze a priori dei parametri ($\mathbf{Q}_{i0}$) sia diagonale.

---

[2] Il termine "*Minnesota prior*" trae origine dalla circostanza che l'approccio BVAR si e' sviluppato nel periodo in cui sia Sims che Litterman si trovavano presso l' Universita' del Minnesota.

2) Per prevedere y_{it} i ritardi della variabile dipendente sono ritenuti in generale più importanti dei ritardi degli altri elementi del vettore $\mathbf{y}_t$, e l'importanza del singolo ritardo diminuisce al crescere dell'ordine dei ritardi.

Queste considerazioni possono essere riflesse in una distribuzione a priori dove le varianze a priori del singolo parametro autoregressivo $a_{ij,k}$ sono specificate in maniera tale da decrescere al crescere di k e quando $i \neq j$. Queste caratteristiche vengono ottenute nell'approccio BVAR standard specificando le varianze a priori in base alla scelta di un piccolo insieme di iperparametri nel modo seguente:

$$[var\,(a_{ij,k})]^{1/2} = s(a_{ij,k}) = (ov_i)\,(k^{dc_i})\,(rel_{ij})\,(\sigma_{ii}/\sigma_{jj}),$$

$$dc_i < 0,\ rel_{ii} = 1,\ rel_{ij} < 1 \text{ per } i \neq j,$$

dove σ_{ii} è il generico elemento diagonale di Σ, matrice di varianze e covarianze dei termini di disturbo $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ del VAR.

Inoltre, è necessario specificare la varianza a priori $\boldsymbol{\Omega}_i$ dell'equazione di stato e la matrice di transizione $\mathbf{A}_i$. Nella letteratura BVAR, $\boldsymbol{\Omega}_i$ viene specificata scegliendo l'iperparametro tvv_i che genera:

$$\boldsymbol{\Omega}_i = tvv_i\,\mathbf{Q}_{i0}.$$

In altri termini, $\boldsymbol{\Omega}_i$ è fissato come proporzionale alla matrice di varianze e covarianze dei parametri, ed il valore di tvv_i uguale a zero, insieme a $\mathbf{A}_i = \mathbf{I}_{k^*}$ implica un'equazione a parametri costanti.

Una volta scelti gli iperparametri, l'algoritmo del filtro di Kalman può essere usato per ottenere le stime del vettore di parametri $\boldsymbol{\beta}_{it}$ ad ogni istante temporale. Per rendere operativo l'algoritmo del filtro, occorrerebbe conoscere i valori dei parametri incogniti in Σ, dato che essi sono necessari nelle formule ricorsive del filtro e per la specificazione della varianza a priori $\mathbf{Q}_{i0}$. Dato che Σ non è nota, viene utilizzata una sua stima consistente $\hat{\Sigma}$. Una scelta possibile in questo senso può essere la stima di massima verosimiglianza di sistema di Σ. In termini bayesiani, la stima risultante dei parametri può essere interpretata come una approssimazione consistente del valore modale a posteriori di $\boldsymbol{\beta}_{it}$.

Nell'approccio BVAR classico, così come proposto da Litterman ed incorporato nel *package* RATS, la stima viene condotta applicando separatamente il filtro di Kalman alle singole equazioni del modello. Chiaramente tale scelta non è ottimale ma è dettata dalla necessità di ridurre i tempi di calcolo. E' evidente che l'applicazione del filtro di Kalman ad un vettore di stati che comprendesse tutti i parametri del modello consentirebbe di ottenere stime e previsioni più efficienti. Kadiyala e Karlsson (1997) propongono una modificazione della metodologia BVAR in questo senso, ma i guadagni in termini di capacità previsiva ottenuti rispetto all'approccio BVAR à la Litterman sono marginali.

Uno tra gli aspetti più dibattuti nell'analisi BVAR riguarda la scelta tra il modello a parametri fissi e quello a parametri costanti. A questo proposito, Litterman (1979) e DLS (1984) suggeriscono che per i dati macroeconomici USA da loro esaminati non si ottengono significativi miglioramenti nelle previsioni ipotizzando un modello a parametri variabili. La nostra opinione in proposito è che la scelta tra parametri fissi e variabili non può essere presa a priori ed occorre verificare caso per caso quale soluzione sia preferibile. Nelle applicazioni empiriche più recenti la scelta di parametri variabili sembra essere prevalente, e una caratteristica apprezzabile di tale scelta è la flessibilità che ne deriva; infatti Canova (1993) mostra che il modello a parametri variabili ricomprende come casi particolari diversi modelli parametrici non lineari di diffusa utilizzazione, quali il modello ARMA con errori ARCH, il modello a cambiamenti discreti di regime a due stati di Hamilton (1989) e alcuni semplici casi di modelli a misture di normali.

Rispetto alla formulazione consueta dei modelli BVAR, i modelli da noi utilizzati ricomprendono tipicamente un insieme di grandezze esogene. Il modello VAR descritto nell'equazione (1) deve dunque essere esteso a ricomprendere un vettore $(m\times 1)$ $\mathbf{z}_t$ di variabili esogene:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{\Phi}\, \mathbf{d}_t + \mathbf{\Gamma}\, \mathbf{z}_t + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \ldots + \mathbf{A}_k \mathbf{y}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t\,,\ \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim \mathrm{VWN}(\mathbf{0},\mathbf{\Sigma}).$$

Il principale aspetto di novità metodologico nella nostra utilizzazione dei modelli BVAR è costituito dall'imposizione di prior informative anche sui coefficienti associati alle variabili deterministiche ricompresi nella matrice $\mathbf{\Phi} = \{\phi_{ij}\}$ e sui coefficienti delle variabili esogene, vale a dire sugli elementi di $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_{ij}\}$.

La distribuzione a priori per ϕ_{ij}, il tipico elemento di $\mathbf{\Phi}$, è normale con valore atteso nullo e deviazione standard:

$$[var\,(\phi_{ij})]^{1/2} = s(\phi_{ij}) = det_{ij},$$

e la distribuzione a priori per γ_{ij}, il tipico elemento di $\mathbf{\Gamma}$, è normale con valore atteso nullo e deviazione standard:

$$[var\,(\gamma_{ij})]^{1/2} = s(\gamma_{ij}) = pex_{ij}\,.$$

Come diventerà evidente nelle sezioni successive di questo lavoro, abbiamo sperimentato quanto importante sia una corretta calibrazione della prior soprattutto sui coefficienti delle esogene, verificando concretamente i guadagni in termini di migliori capacità derivanti da una scelta corretta in questo senso.

[1.4] La scelta degli iperparametri

La semplicità operativa dell'approccio MP è che la specificazione della prior è interamente governata dalla scelta di un insieme finito di iperparametri. Tali iperparametri dovrebbero riflettere l'intensità delle convinzioni a priori. Nella letteratura BVAR applicata gli iperparametri in genere non possono essere principalmente interpretati in questo senso[3], e la loro scelta è condotta al fine di ottimizzare la capacità previsiva del modello. Questa utilizzazione dei dati per orientare la specificazione della prior sembra essere in contrasto con l'ortodossia dell'analisi bayesiana. DLS (1984) non condividono questo punto di vista e sostengono che a questa prassi è possibile attribuire una interpretazione bayesiana. La loro argomentazione può essere formalizzata nel seguente modo.. Si supponga che il modello sia:

$$p(\mathrm{y}|\theta),\ q(\theta|\pi),$$

dove $\mathbf{y}$ sono i dati, θ è il vettore dei parametri incogniti e $q(\theta|\pi)$ è la prior dei parametri indicizzata da un vettore di iperparametri π. Chiaramente il modello può essere interpretato in termini gerarchici e agli iperparametri stessi può essere assegnata una prior informativa, ad esempio $r(\pi)$. Nel contesto BVAR canonico, la prior di π è intesa essere impropria:

$$r(\pi) \propto 1$$

La densità previsiva del modello è:

$$E(\mathbf{y}_{t+k}|\mathbf{Y}_T) = \int_\pi \int_\theta E(\mathbf{y}_{t+k}|\mathbf{Y}_T\ \pi\ \theta) p(\pi\ \theta|\mathbf{Y}_T) d\pi\, d\theta\,,$$

e DLS (1984) ne propongono la seguente approssimazione:

$$E(\mathbf{y}_{t+k}|\mathbf{Y}_T) \approx E(\mathbf{y}_{t+k}|\mathbf{Y}_T\ \pi^*\ \theta^*),\ \ \theta^* = \max_\theta p(\ \theta|\mathbf{Y}_T\ \pi^*), \pi^* = \max_\pi p(\ \pi|\mathbf{Y}_T)$$

Si noti che, in presenza di una prior non informativa su π, la distribuzione marginale a posteriori di π diventa approssimativamente proporzionale a $p(\mathbf{Y}_T|\pi\ \theta^*)$, la "verosimiglianza

---

[3] Un esempio di come la metodologia BVAR possa essere utilizzata mediante l'imposizione di una distribuzione a priori fondata su considerazioni di carattere teorico-economico è Ingram e Whiteman (1994).

dei dati" il cui massimo può essere trovato in corrispondenza del valore di π che massimizza il *fit* del modello.

Questa è la giustificazione "bayesiana" del suggerimento avanzato da DLS(1984) di utilizzare procedure di ricerca numerica per guidare la scelta di π. La procedura di ricerca che DLS(1984) propongono è quella intesa alla minimizzazione del log-determinante della matrice di varianze e covarianze degli errori di previsione k passi in avanti:

$$\min_{\pi} \log\left|\hat{\Sigma}_k\right|, \ \hat{\Sigma}_k = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+k|t}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}'_{t+k|t}.$$

Altri criteri obiettivi possono essere utilizzati per guidare la scelta di π. A questo proposito l'indice U di Theil rappresenta la misura più consuetamente utilizzata per misurare la bontà della performance previsiva dei modelli BVAR, insieme ad altre misure ausiliarie quali la deviazione media assoluta (*Mean Absolute Deviation* o *MAD*), l'errore standard di previsione (*Root Mean Square Error* o *RMSE*) e a volte il criterio BIC di Schwartz.

Ricordiamo che l'indice U di Theil per le previsioni h passi in avanti è definito come il rapporto tra *RMSE* (h passi in avanti) del modello e il corrispondente *RMSE* associato alle previsioni del modello *random walk* univariato (*naive forecast*):

$$U_i^{(h)} = \left[\sum_{t=T+1}^{T+Q}\left(\hat{\varepsilon}_{it}^{(h)}\right)^2\right]^{1/2} \Bigg/ \left[\sum_{t=T+1}^{T+Q}\left(\tilde{\varepsilon}_{it}^{(h)}\right)^2\right]^{1/2}, \ i = 1, 2, \ldots, n.$$

L'indice U di Theil presenta il vantaggio che i suoi valori non dipendono dalla scala degli errori di previsione ed in questo modo è agevolmente possibile comparare tali statistiche riferite a diversi orizzonti previsivi e/o a diverse variabili nel modello.

Occorre comunque ricordare che, come suggeriscono Blattberg e Sargent (1971) e Canova (1993), l'uso dell'indice U potrebbe essere fuorviante nel contesto di dati con distribuzioni a code spesse (come nel caso di dati finanziari ad alta frequenza solitamente caratterizzati da effetti ARCH). Inoltre, utilizzando solo tale indicatore, il ricercatore potrebbe perdere ogni tipo di informazione sulla scala degli errori di previsione. Infine, l'indice U di Theil costituisce una misura univariata di *fit* che non tiene conto delle correlazioni tra errori di previsioni tra diverse equazioni del modello e a diversi orizzonti previsivi.

L'indicazione da parte di DLS (1984) di utilizzare il log-determinante della matrice di varianze e covarianze degli errori di previsione è chiaramente in questo senso un tentativo di tenere in debita considerazione la natura multivariata dei modelli VAR anche se non mancano obiezioni rilevanti anche alla scelta di questo criterio[4].

In sintesi, qualunque misura di capacità previsiva venga scelta, allo scopo di applicare concretamente la procedura di ricerca della configurazione ottimale di $\boldsymbol{\pi}$, è necessario scindere il periodo campionario in esame in due sotto-periodi distinti. La prima parte del campione è utilizzata per la stima, mentre la seconda parte del campione è utilizzata per condurre false previsioni per le diverse configurazioni di $\boldsymbol{\pi}$.

[1.5] La previsione libera e condizionale.

Un modello VAR può essere facilmente utilizzato per generare previsioni libere e condizionate. Consideriamo per semplicità un modello VAR senza componenti deterministiche né variabili esogene:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \ldots + \mathbf{A}_k \mathbf{y}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t\,,\ \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim \mathrm{VWN}(\mathbf{0},\Sigma), \tag{1a}$$

che può essere equivalentemente rappresentato in forma markoviana come

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{M}\ \mathbf{Y}_{t-1} + \mathbf{E}_t,\ ,\ \mathbf{y}_t = \mathbf{J}\ \mathbf{Y}_t\,, \tag{11}$$

dove:

$$\mathbf{Y}_t = [\mathbf{y}_t\,',\ \mathbf{y}_{t-1}',\ \ldots,\ \mathbf{y}_{t-k+1}\,']',\ \mathbf{E}_t = [\boldsymbol{\varepsilon}_t',\ 0,\ 0,\ \ldots,\ 0]',$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \cdots & \mathbf{A}_{k-1} & \mathbf{A}_k \\ \mathbf{I}_n & [\mathbf{0}] & \cdots & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & \mathbf{I}_n & \cdots & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & \cdots & \mathbf{I}_n & [\mathbf{0}] \end{bmatrix},\ \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & [\mathbf{0}] & \cdots & [\mathbf{0}] \end{bmatrix},$$

o in forma VMA (*Vector Moving Average*):

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{B}(L)\,\boldsymbol{\varepsilon}_t,\ \mathbf{B}(L) = \mathbf{I}_n + \mathbf{B}_1 L + \mathbf{B}_2 L^2 + \ldots,\ \mathbf{B}_i = \mathbf{J}\,\mathbf{M}^i\,\mathbf{J}'. \tag{12}$$

Si immagini ora di trovarsi all'istante T (istante al quale siano noti i valori passati e presenti delle variabili del sistema) e di dover prevedere i valori che $\mathbf{y}$ assumerà in $T+h$. Dal punto di vista teorico, definiamo l'informazione disponibile all'istante T come l'insieme $I_T=\{\mathbf{y}_\tau\colon \tau \le T\} = \{\boldsymbol{\varepsilon}_\tau\colon \tau \le T\}$. Date le assunzioni sulla distribuzione di $\boldsymbol{\varepsilon}_t$, la previsione ottimale è data dal valore atteso condizionale:

---

[4] Si vedano per esempio Cooley (1984) e Malinvaud (1984).

$$\hat{\mathbf{y}}_{T+h} = \mathbf{J}\,\hat{\mathbf{Y}}_{T+h} = \mathbf{J}\,E(\mathbf{Y}_{T+h}|\,\mathbf{I}_T) = \mathbf{J}\,\mathbf{M}^h\,\mathbf{Y}_T = \sum_{i=h}^{\infty}\mathbf{B}_i\boldsymbol{\varepsilon}_{T+h-i}, \tag{13}$$

con associato errore di previsione:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{T+h|T} = \mathbf{y}_{T+h} - \hat{\mathbf{y}}_{T+h} = \mathbf{J}\left[\sum_{s=0}^{h-1}\mathbf{M}^s\mathbf{E}_{T+h-s}\right] = \sum_{i=0}^{h-1}\mathbf{B}_i\boldsymbol{\varepsilon}_{T+h-i}. \tag{14}$$

Ovviamente $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{T+h|T}$ è serialmente correlato per $h > 1$, e la sua matrice di varianze e covarianze dipende da h.

In questo modo, il VAR stimato può essere meccanicamente utilizzato per generare previsioni non condizionate sui valori futuri delle variabili endogene.

Due problemi concettuali emergono a questo proposito. In primo luogo sarebbe auspicabile fornire intervalli di confidenza intorno alle previsioni puntuali. Nel caso delle previsioni un passo in avanti, la varianza dell'errore di previsione può essere ottenuta a partire dal filtro di Kalman:

$$\mathrm{var}(\hat{y}_{i,T+1|T} - y_{i,T+1}) = \mathbf{x}_T'\left[\mathrm{var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{i,T+1|T})\right]\mathbf{x}_T + \hat{\sigma}_i^2,$$

e tale varianza può essere utilizzata per costruire intervalli di confidenza di validità asintotica. Per le previsioni a più passi in avanti, non sono disponibili equivalenti espressioni analitiche per la varianza dell'errore di previsione.

In linea di principio sarebbe possibile ottenere stime asintotiche di tali varianze, ma dato che tali stime sono difficilmente ottenibili (e la loro validità è solamente asintotica), nella letteratura applicata si usano due vie alternative per il calcolo degli intervalli di confidenza.

1) La costruzione di intervalli di confidenza empirici. Questo è il metodo utilizzato da DLS(1984). Il metodo consiste nello scomporre il campione in due parti distinte; una volta stimato il modello sulla base del primo sotto-periodo, il secondo sotto-periodo è utilizzato per calcolare errori di previsione ai diversi orizzonti previsivi, tramite stima ricorsiva del modello. La distribuzione empirica degli errori k passi in avanti viene quindi utilizzata per la stima dei quantili richiesti.

2) L'uso di tecniche di *bootstrap*. Questa tecnica è basata sui residui stimati del modello e raccolti nella matrice $(T \times n)$ $\hat{\mathbf{E}}$. Tale matrice viene soggetta a *bootstrap* per ottenere M diversi data set di errori per il periodo $t = 1, 2, \ldots, T+k$:

$\mathbf{E}^{(i)}$, $i = 1, 2, \ldots, M$, dove $\mathbf{E}^{(i)}$ ha dimensione $(T+k)\times 1$. Ciascun $\mathbf{E}^{(i)}$ è quindi usato per generare un data set $\mathbf{Y}^{(i)}$ e una previsione h passi in avanti basata sul periodo campionario $t = 1, ..., T$:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(i)}_{T+h|T} = \mathbf{y}^{(i)}_{T+h} - \hat{\mathbf{y}}^{(i)}_{T+h|T} .$$

La distribuzione empirica di questi errori di previsione può essere utilizzata per produrre i quantili richiesti. Si noti comunque che la procedura basata su *bootstrap* diventa computazionalmente onerosa nel caso di modelli a parametri variabili.

Un altro problema concettuale emerge quando sia necessario produrre previsioni condizionate sui valori futuri di alcune variabili endogene. È esperienza comune che i dati su variabili aventi una frequenza comune si rendano disponibili con differenti ritardi: ovvero se T è la lunghezza della serie con meno osservazioni disponibili, per alcune grandezze tipicamente saranno noti anche i valori assunti in $T+1$, $T+2$, ..., $T+h$. Si definisca con I^q_{T+h} l'insieme informativo che comprende tali informazioni:

$$I^q_{T+h} = \left\{ y_{i_1 T+h_1}, y_{i_2 T+h_2}, \ldots, y_{i_q T+h_q} \right\},\ h_j \le h,\ j = 1,\ 2,\ \ldots q .$$

E' quindi possibile sfruttare questo più ampio set informativo allo scopo di incrementare le capacità previsive del modello. Il modo più appropriato di considerare questo problema è di concentrarsi sulla rappresentazione VMA (12), e di considerare che il condizionare su alcuni valori futuri di $\mathbf{y}$ equivale a condizionare su alcuni valori futuri dei termini di disturbo $\boldsymbol{\varepsilon}$. Data la struttura correlativa istantanea di $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ data dalla matrice Σ, non sarebbe corretto imporre valori non nulli ad alcuni elementi di $\boldsymbol{\varepsilon}_{T+j}$, mentre altri elementi sono lasciati uguali a zero. Si faccia riferimento alla rappresentazione VMA ortogonalizzata:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C}(L)\mathbf{e}_t,\ \mathbf{C}_i = \mathbf{B}_i\,\mathbf{P},\ \mathbf{PP}' = \Sigma.$$

Le previsioni di $\mathbf{y}_{T+h}$, condizionate sui valori futuri di $\mathbf{y}_{T+j}$, $j = 1, ..., h$, sono ottenute come:

$$\hat{\mathbf{y}}^*_{T+h|T} = \sum_{i=0}^{h-1} \hat{\mathbf{C}}_i \mathbf{e}^*_{T+h-i} + \hat{\mathbf{y}}_{T+h|T},$$

dove il vettore dei termini di disturbo $\mathbf{e}^*_h = vec\left[\mathbf{e}^*_{T+1}, \mathbf{e}^*_{T+2}, \ldots, \mathbf{e}^*_{T+h}\right]$ è ottenuto come soluzione di:

$$\min_{\mathbf{e}_h} \mathbf{e}_h{}'\mathbf{e}_h,\ \text{sotto i vincoli: } \mathbf{Re}_h = \mathbf{r},\ \text{cioè } \mathbf{e}^*_h = \mathbf{R}'(\mathbf{RR}')^{-1}\mathbf{r},$$

dove $\mathbf{R}$ e $\mathbf{r}$ sono definite in modo tale da soddisfare:

$$\mathbf{R}\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{T+1} \\ \mathbf{y}_{T+2} \\ \dots \\ \mathbf{y}_{T+h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{i_1 T+h_1} \\ y_{i_2 T+h_2} \\ \dots \\ y_{i_q T+h_q} \end{bmatrix}, \mathbf{r} = \begin{bmatrix} y_{i_1 T+h_1} - E\left(y_{i_1 T+h_1} | I_T\right) \\ y_{i_2 T+h_2} - E\left(y_{i_2 T+h_2} | I_T\right) \\ \dots \\ y_{i_q T+h_q} - E\left(y_{i_q T+h_q} | I_T\right) \end{bmatrix}.$$

In questo modo la previsione condizionale $\hat{\mathbf{y}}^*_{T+h|T}$ è ottenuta come stima della proiezione di $\mathbf{y}_{T+h}$ su $I_T^* = I_T \cup I^q_{T+h}$.

[2] UN MODELLO MENSILE MONETARIO: DEFINIZIONE, STIMA, PREVISIONE.

[2.1] La specificazione del modello e le variabili incluse

Il nucleo centrale del modello monetario mensile è costituito da un blocco di 11 variabili endogene e un insieme di 5 esogene. L'insieme di endogene prescelto contiene *in primis* un blocco di tassi di interesse costituito da un tasso interbancario a un mese (variabile RIBOR1M), da un tasso a breve, il tasso lordo sui BOT a tre mesi (RBOT3L) e da uno a lungo termine, il tasso sui BTP decennali (BTPRIL)[5]. Quest'ultima grandezza è stata oggetto di un lungo lavoro preliminare il cui obiettivo è stato quello di costruire una serie relativa al rendimento *rilevante* del BTP, ossia il rendimento a cui effettivamente guardano gli operatori di mercato[6].

Un secondo blocco di variabili endogene è stato definito allo scopo di fornire previsioni sull'andamento dell'inflazione; si tratta di un insieme di variabili di prezzo comprendente gli indici dei prezzi al consumo (famiglie di operai e impiegati, serie LCPI), all'ingrosso (LPINGR) e alla produzione (LPPROD) e ancora gli indici dei prezzi all'importazione (LPIMP) e all'esportazione (LPEXP). L'impiego di numeri indice sui livelli dei prezzi al posto dei saggi di variazione risponde all'esigenza di bilanciare il modello, dato che nel

---

[5] Tutte le serie sono medie mensili di dati giornalieri.

[6] Da un lato, esistendo dati sui BTP decennali solo a partire dal 1990, si è operato il raccordo di tale breve serie con la pre-esistente serie di fonte Banca d'Italia costruita invece come media ponderata dei rendimenti dei diversi BTP quotati in Borsa. Parallelamente, per ottenere il rendimento rilevante di mercato, si è optato fino al 1990 per l'utilizzo della serie sui rendimenti netti; successivamente e fino a tutto il 1995 il dato utilizzato è il dato lordo a cui è stata sottratta la frazione del totale ritenuta d'acconto sul BTP decennale il cui rimborso non è stato coperto dai contratti di factoring proposti dalla Morgan & Stanley. Infine da gennaio 1996, dato lo snellimento delle procedure di rimborso di tale ritenuta, il rendimento rilevante è tornato ad essere il rendimento lordo.

periodo considerato le serie di prezzo in livelli appaiono integrate di ordine 1 al pari di tutte le altre grandezze endogene. Peraltro, la produzione di previsioni sull'indice dei prezzi al consumo garantisce una certa flessibilità, offrendo la possibilità di ottenere indicazioni su diverse e alternative misure dell'inflazione (tendenziale, mese su mese).

La struttura appena descritta viene completata da un piccolo nucleo di grandezze endogene che non sono di primario interesse e hanno funzione puramente ausiliaria per la previsione di prezzi e tassi; tali variabili sono state specificate come endogene esclusivamente per ottenere, per esse, previsioni da impiegare come scenari all'interno dei modelli trimestrali, nei quali tali grandezze compaiono come esogene. Si tratta di due grandezze reali miranti a cogliere gli effetti della domanda sull'evoluzione dei prezzi: un indice della produzione media giornaliera (LPMG90) e una variabile di ciclo definita dalle tendenze (destagionalizzate) a tre/quattro mesi sugli ordinativi del totale industria (LTENDORD)[7]. Tale coppia di grandezze che stilizza la situazione produttiva dell'industria è collegata al blocco prezzi attraverso la serie sul costo del lavoro per unità di prodotto (LCLUPI)[8]; dovrebbe così essere meglio colto l'effetto dell'interazione produttività-salari sulla dinamica dei prezzi.

L'insieme di variabili esogene incluse nel modello è piuttosto parsimonioso e comprende cinque sole grandezze. Compaiono due tassi di cambio (istantanei) lira/dollaro e lira/marco (LDOLLARO e LMARCO) che dovrebbero aiutare a spiegare fenomeni di inflazione importata e, d'altro canto, parte delle dinamiche degli ordinativi e (con un certo lag temporale) della produzione. Ai cambi si accompagna un indice (LCONFIND, di fonte Confindustria) dei prezzi delle materie prime importate che arricchisce l'insieme informativo approntato per cogliere i fenomeni di inflazione da costi.

Completano il blocco di esogene due grandezze che verosimilmente hanno effetti sull'evoluzione dei tassi di interesse : si tratta del tasso di inflazione tendenziale (INFLAZ) e delle variazioni del tasso ufficiale di sconto (DELTATUS).

Tutte le grandezze del modello (ad eccezione, evidentemente, dei tassi) sono espresse in logaritmi, con l'intento usuale di ridurre i problemi di eteroschedasticità in fase di stima;

---

[7] Più precisamente tale serie è ottenuta come saldo tra le risposte "in aumento" e quelle "in diminuzione". E' comunque, attualmente, oggetto di valutazione la sostituzione di questa serie con un indicatore anticipatore di fonte OCSE.

[8] Si tratta di una serie destagionalizzata trimestrale che abbiamo mensilizzato attraverso una semplice interpolazione lineare.

l'arco temporale di riferimento va dal gennaio 1982 al giugno 1996 [9], per un totale di 174 osservazioni disponibili. Un'analisi preliminare del modello e i risultati del test del rapporto di verosimiglianza ci hanno indotto a scegliere un ordine di ritardi pari a 6.

Ricordiamo comunque come questa scelta sia solo indicativa: la struttura della prior consente comunque di vincolare a zero i coefficienti sui ritardi non cruciali tramite l'iperparametro che governa il decadimento.

La specificazione del modello è completata dalla definizione di un nucleo deterministico piuttosto articolato che comprende, accanto alla tradizionale intercetta, anche un set di dummies stagionali e alcune dummies ad impulso[10] e a cambiamento di regime. Per quanto riguarda le due deterministiche a cambiamento di regime, la prima tiene conto della ridefinizione del paniere di riferimento per il calcolo dell'inflazione a decorrere dal gennaio 1996; la seconda invece (cambio di regime nel 1987:11) coglie la modificazione delle proprietà statistiche della serie dei rendimenti dei BTP (e in misura meno evidente anche degli altri tassi) che, caratterizzata in precedenza da evidente non stazionarietà, a partire dalla fine del 1987 sembra invece assumere un andamento stazionario. Peraltro, come vedremo in seguito, la gestione di un nucleo deterministico così ricco è resa più flessibile e differenziabile equazione per equazione attraverso la definizione ottimale delle "prior" sulle diverse dummies (o su blocchi di esse).

[2.2] Definizione e gestione delle prior sui parametri del modello

La prior imposta ai 66 coefficienti delle endogene ritardate in ogni equazione del modello ricalca l'idea propria dell'approccio BVAR standard secondo la quale tutte le serie economiche evolvono secondo uno schema descrivibile tramite un random walk; pertanto, come già accennato nella sezione 1.4, al coefficiente del primo ritardo della variabile dipendente viene associata una media a priori pari a 1, mentre pari a 0 è la media a priori imposta a tutti gli altri 65 coefficienti.

---

[9] Naturalmente sono già disponibili dati successivi al giugno 1996 che rappresentava, tuttavia, l'ultima osservazione disponibile all'epoca dell'ultima ottimizzazione della prior (ottobre, 1996). E' peraltro evidente che in fase di vera previsione "out of sample"gli sfasamenti di aggiornamento delle grandezze imporranno, per evitare di rinunciare ad alcune informazioni disponibili, la costruzione di previsioni condizionate non solo a scenari sulle esogene, ma anche a sentieri noti di alcune endogene.

[10] Le *dummies* ad impulso sono state inizialmente introdotte con una struttura di ritardi pari a quella delle endogene del modello. Successivamente i ritardi risultati non significativi in tutte le equazioni del VAR sono stati eliminati.

Naturalmente la flessibilità della metodologia rende possibile la definizione di qualsiasi tipo di prior, sia suggerita dalle regolarità di comportamento delle serie, sia da eventuali a-priori teorici; inoltre, è evidentemente possibile abbandonare una struttura di prior simmetriche e indipendenti sui diversi parametri, a favore di restrizioni incrociate tra essi, ad esempio, per tener conto dell'esistenza di vincoli di cointegrazione[11] (Amisano, Serati, 1996).

In ogni caso, il grado di aderenza delle equazioni del VAR alla configurazione *random walk* dipende dalla intensità delle prior, ossia dalla varianza ad esse associata, e quindi rimanda crucialmente alla definizione degli iperparametri che regolano tali varianze.

Per il modello mensile abbiamo optato per un regime di regolazione della varianza piuttosto semplice, interamente definito da tre soli iperparametri : un primo iperparametro (ov) regola la varianza sul ritardo 1 della variabile dipendente, un secondo (rel) regola la varianza sui coefficienti dei ritardi delle variabili diverse dalla dipendente (in sostanza determina il peso di ogni variabile in quell'equazione) ed infine abbiamo definito un iperparametro (dc) che fissa il tasso di decadimento (armonico) delle varianze al crescere dell'ordine di ritardo considerato. In sintesi la varianza a-priori associata al coefficiente del ritardo k della variabile *j* nella i-esima equazione è definita come segue:

$$var\,(a_{ij,k}) = [(ov_i)\,(k^{dc_i})\,(rel_{ji})\,(\sigma_{ii}/\sigma_{jj})]^2,$$

dove ovviamente $rel_{ji}=1$ se $i=j$, $k^{dc_i}=1$ per il ritardo 1 e $(\sigma_{ii}/\sigma_{jj})$ è il fattore di scala che tiene conto delle differenze di dimensionalità tra le diverse endogene del modello.

Diversamente dalla metodologia standard, abbiamo scelto di calibrare anche la varianza dei coefficienti associati alle grandezze esogene (a cui è associata una prior-mean uguale a 0 in ogni equazione); a questo fine è stato definito un apposito iperparametro (pex_{ji}) cosicchè la varianza associata al coefficiente della j-esima esogena nella i-esima equazione è così definita[12]:

$$var\,(\gamma_{ij})=[\,pex_{ji}\,]^2$$

dove valori crescenti di pex_{ji} descrivono una prior che tende a divenire sempre meno informativa.

---

[11] In tal caso ovviamente la matrice dei vincoli sui coefficienti espressi in forma implicita non sarà più una matrice identità, ma una generica matrice rettangolare.

[12] Naturalmente, per esigenze di parsimonia, è possibile anche modellare allo stesso modo, senza differenziarle, le prior sull'intero blocco delle esogene di un'equazione.

Alle componenti deterministiche è stata inizialmente attribuita una prior del tutto non informativa (media zero e varianza molto elevata); tuttavia la consapevolezza del diverso grado di significatività di ogni deterministica nelle diverse equazioni ci ha indotto a differenziare il trattamento delle varianze a priori distinguendo equazione per equazione il blocco delle dummies non significative da quello delle dummies significative. Il valore della deviazione standard delle dummies significative è stato posto uguale a 10 mentre quello delle dummies non significative è pari a 0.001. Tale approccio differenziato, gestito attraverso l'impiego di un set di iperparametri det_{id} (che regola il peso delle d-esima deterministica nell'equazione i), ha prodotto, per la maggior parte delle equazioni, interessanti guadagni in termini di capacità previsiva del modello.
Sulla costante è sempre stata mantenuta una prior non informativa (media nulla ed elevata varianza).
Per garantire massima flessibilità all'approccio è stata presa in considerazione anche la possibilità di specificare un modello a parametri variabili; per scegliere in modo ottimale il grado di variabilità concesso ai coefficienti di ogni equazione, la varianza della legge di moto che ne regola l'evoluzione è stata agganciata alla varianza a-priori sui coefficienti attraverso un ulteriore iperparametro per ogni equazione (tvv_i) soggetto a ottimizzazione. Tuttavia, come vedremo oltre, la struttura a parametri variabili è stata successivamente abbandonata a favore di un modello a parametri fissi.

[2.3] Ottimizzazione degli iperparametri

Nell'approccio BVAR l'ottimizzazione delle prestazioni del modello in fase previsiva richiede l'individuazione del valore ottimale degli iperparametri che regolano le varianze a priori e impone la soluzione di alcune questioni di fondo ampiamente discusse in letteratura relative a quale funzione obiettivo ottimizzare, o, in altre parole, quale indicatore scegliere per valutare le capacità previsive del modello, e quale metodo di ottimizzazione adottare.
Per quanto riguarda la prima questione, la misura da noi utilizzata per valutare le capacità previsive del modello, equazione per equazione, *h* passi in avanti è l'indice U di Theil.
E' stata abbandonata la strada degli indicatori di bontà previsiva di tipo multivariato, che tengano cioè conto delle possibili correlazioni tra gli errori di previsione delle diverse equazioni; in letteratura (Doan, Litterman, Sims, 1984) si suggerisce di minimizzare il logdeterminante della matrice di varianza/covarianza degli errori di previsione *h* passi in

avanti. Tuttavia l'impiego di tale grandezza crea alcune perplessità di tipo metodologico: è evidente infatti che, in presenza di errori di previsione grandi, ma altamente correlati, il logdeterminante risulterà molto piccolo, fornendo così indicazioni fuorvianti sulle prestazioni del modello.

Nella fase di minimizzazione degli indici U di Theil, abbiamo operato in modo differenziato sulle diverse equazioni del modello: per quanto riguarda le variabili di tasso e i prezzi al consumo abbiamo concentrato i nostri sforzi sull'ottimizzazione delle previsioni un passo in avanti, ritenendo quest'ultimo l'orizzonte previsivo rilevante per tali grandezze, ma accettando in teoria performances peggiori sul medio termine; per tutte le altre variabili si è proceduto invece ad una ottimizzazione delle previsioni 6 passi in avanti. Peraltro, tale differenziazione di trattamento è risultata nel nostro modello del tutto innocua: per tutte le equazioni, infatti, la configurazione degli iperparametri ottimale per le previsioni un passo in avanti si è rivelata la mgliore anche per le previsioni a medio-lungo termine.

Due sono le opzioni disponibili per quanto riguarda le tecniche di ottimizzazione: procedure di ricerca a griglia e metodi di ottimizzazione numerica. La procedura di ricerca a griglia richiede la definizione di una tabella ad n entrate contenente diverse combinazioni di valori per gli n iperparametri: dal confronto dei valori assunti dalla funzione obiettivo in corrispondenza di ciascuna di queste combinazioni si individua la migliore configurazione possibile. In una prima fase è suggeribile "percorrere" l'intera regione ammissibile definita dai valori degli iperparametri con una griglia a maglia larga per individuare la sottoregione che verosimilmente contiene il punto di massimo; quest'ultimo, poi, può meglio essere localizzato attraverso una seconda griglia a maglia più fine.

Pressochè la totalità della letteratura empirica sui BVAR utilizza metodi di ottimizzazione a griglia; tuttavia risultati interessanti possono essere ottenuti con l'ausilio di metodi numerici (di facile implementazione con RATS), come il metodo del simplesso. Tale approccio ha il vantaggio di permettere una valutazione del comportamento della funzione obiettivo, facendo variare nel continuo[13] i valori degli iperparametri e permettendo così una definizione più "fine" del loro valore ottimale.

L'approccio, rivelatosi piuttosto efficace, da noi adottato, procede per fasi successive: inizialmente l'applicazione di una ricerca a griglia a maglia larga permette di circoscrivere la superficie d'indagine alle sole regioni rilevanti e di limitare il campo di variazione degli

---

[13] Muovendo da una data configurazione di inizializzazione.

iperparametri escludendone valori non ragionevoli. Quanto più sia stata circoscrittta la superficie di indagine, tanto più risulta efficace l'impiego di metodi di ottimizzazione numerica nel secondo passo. La valutazione dei risultati ottenuti è stata condotta confrontando le misure di bontà previsiva del modello ottimizzato con quelle prodotte da un modello con iperparametri fissati ai valori di default[14].

La valutazione delle capacità previsive del modello e la definizione della configurazione ottimale degli iperparametri per previsioni da uno a sei passi in avanti sono state prodotte lungo il periodo compreso tra gennaio del 1990 e giugno del 1996, per un totale di 78 osservazioni. Si tratta di un orizzonte piuttosto lungo che, da un lato, ha permesso di valutare il modello anche in un periodo di turbolenza quale il biennio 1992/1993. D'altro canto, la configurazione delle varianze a-priori definita su un campione di più di sei anni dovrebbe risultare piuttosto robusta rispetto alla progressiva aggiunta di nuove osservazioni disponibili sulle grandezze del modello, limitando la necessità di frequenti revisioni nella struttura delle prior[15].

Come anticipato nella sezione metodologica, la stima del VAR è stata ottenuta attraverso l'applicazione, equazione per equazione, del filtro di Kalman.

[2.4] La configurazione ottimale degli iperparametri

La configurazione ottimale relativa al blocco dei tassi di interesse si caratterizza (tabella 2.1) per valori piuttosto elevati del coefficiente di decadimento (dc). Ciò è in linea con le indicazioni di buona parte della letteratura empirica che descrive le variabili finanziarie come guidate da processi autoregressivi con basso ordine di ritardi.

Aldilà di questa caratteristica comune a tutti i tassi di interesse, esistono alcune differenze tra i singoli tassi: stando alla configurazione ottimale degli iperparametri, il comportamento supposto a priori per il tasso a lungo termine si caratterizza per l'elevata varianza sul primo ritardo della dipendente (ov_l=25.85), e per il basso peso attribuito a buona parte delle altre endogene e delle esogene; il comportamento dei BTP appare influenzato solo dall'andamento recente dei Bot e del Ribor ($rel_{2,1}$=30, $rel_{3,1}$=30). Anche le *prior* sul tasso interbancario e sui Bot sono lontane dal ricalcare un semplice *random walk*; difficilmente spiegabile è il fatto

---

[14] Vale a dire pari a 0.5 per gli iperparametri in **ov** e in **rel**, -1.5 per gli iperparametri in **dc,** 0 per gli iperparametri in **tvv**, e prior diffusa sui parametri della componente deterministica e delle variabili esogene.

[15] Sono state sperimentate anche ottimizzazioni su orizzonti più brevi con risultati simili a quelli qui presentati.

che la prior ottimale sull'equazione dei Bot attribuisca pesi relativamente elevati ai prezzi all'importazione ($rel_{7,2}$=2).

Il blocco delle equazioni relative ai diversi indici di prezzo è accomunato da strutture della varianza a priori piuttosto simili tra loro: l'iperparametro che stringe le varianze al crescere dei ritardi (dc) è per tutte le equazioni piu basso di quello che regola le varianze sui tassi lasciando supporre una relativamente maggiore *stickyness* dei prezzi.

Dalla configurazione degli iperparametri *rel,* il blocco dei prezzi appare a-priori quasi isolato dal resto del sistema: le uniche endogene che sembrano "pesare" in ogni equazione di prezzo sono, a loro volta, dei prezzi; unica eccezione, peraltro prevedibile, e l'effetto non trascurabile del ciclo economico sul comportamento dei prezzi al consumo ($rel_{11,4}$=10.05).

Venendo al blocco di grandezze non strettamente monetarie, il costo del lavoro per unità di prodotto ha struttura delle varianze a priori piuttosto semplice e appare essenzialmente guidato dall'andamento passato dei prezzi al consumo ($rel_{4,10}$=30.5), stilizzando un semplice meccanismo di indicizzazione.

Va sottolineato che la bontà previsiva di tutte le equazioni del modello risulta ottimale collocandosi in un contesto a parametri fissi; a tale conclusione siamo giunti, sia confrontando le misure di capacità previsiva del modello nel caso di parametri fissi e variabili, sia dopo aver constatato la tendenza delle procedure di ottimizzazione numerica a "inseguire" valori sempre più piccoli degli iperparametri in **tvv** (che sono nulli nei modelli a parametri fissi), senza tuttavia mai arrivare a convergenza.

[2.5] La performance previsiva

Gli U di Theil delle diverse equazioni (tabella 2.2) risultano tutti inferiori a 1, seppur di poco per quanto attiene ai tassi di interesse, ed evidenziano, in generale, un andamento decrescente al crescere dell'orizzonte previsivo. Naturalmente, come già accennato, ciò non fornisce alcuna indicazione sulla dimensione degli errori di previsione, ma suggerisce che il divario di prestazioni tra un modello BVAR e un semplice *random walk* si dilata al crescere dell'orizzonte previsivo, pur essendo già evidente al primo passo.

La performance assoluta del nostro modello peggiora invece, come prevedibile, al dilatarsi dell'orizzonte previsivo, sia sul piano degli errori di previsione, sia della loro varianza. Quanto a quest'ultima, sembra ancora relativamente elevata nel caso dei tassi di interesse. E' da sottolineare l'utilità di allontanarsi dalla *prior* di default per ottimizzare il valore degli iperparametri: tutte le misure di valutazione delle previsioni, per ogni equazione e per ogni orizzonte previsivo testimoniano le migliori capacità previsive del modello ottimizzato rispetto al modello con configurazione di default degli iperparametri[16]; il guadagno è sicuramente apprezzabile già per previsioni un passo in avanti e cresce al dilatarsi dell' orizzonte previsivo. Il modello ottimizzato si comporta inoltre meglio per ogni equazione e su ogni orizzonte previsivo del corrispondente modello non bayesiano.

Al di là dell' osservazione delle diverse misure di valutazione della capacità previsiva, abbiamo ritenuto utile produrre alcune previsioni per valutare concretamente il comportamento del modello; le previsioni prodotte coprono un orizzonte di 6 periodi che va da gennaio a giugno 1996 e vengono confrontate con i valori storici delle serie per il periodo corrispondente (tabella 2.3).

In tale esercizio sono stati usati come scenario i valori storici effettivamente assunti dalle esogene, eliminando così una delle possibili fonti di errore nella previsione.

Dal confronto tra valori storici e valori previsti per le diverse serie emerge una prima indicazione: sembra soddisfacente la capacità del modello di interpretare correttamente i punti di svolta, seppur, in taluni casi, con un ritardo di un periodo. Entrando nel dettaglio delle singole equazioni, la previsioni sui BTP decennali mostrano un errore massimo di circa 0.2 punti percentuali commesso al 1° e al 3° step; peraltro viene perfettamente colta la tendenza al ribasso dei rendimenti. Quanto all'errore di previsione, non appare alcuna tendenza sistematica alla sovra o alla sottostima.

Il caso dei Bot è un po' più complesso: la serie storica mostra rendimenti moderatamente crescenti fino a febbraio e fortemente decrescenti da lì in poi; la serie delle previsioni ha un andamento inizialmente oscillatorio per poi decrescere anch'essa, fino ad anticipare perfettamente il valore puntuale 6 passi in avanti. Anche per il Ribor viene ben colta la tendenza alla riduzione con errori di previsione inferiori al 0.2 punti percentuali, tranne nel mese di aprile più nettamente sottostimato.

Le previsioni sui logaritmi dei prezzi sembrano soddisfacenti : per il CPI viene ben anticipata la tendenza alla crescita e i valori risultano solo lievemente sovrastimati con un errore massimo pari a 0.002. Guardando ai tendenziali di inflazione, si osserva che il modello

---

[16] I risultati relativi al VAR non bayesiano e al BVAR con configurazione di default degli iperparametri non vengono presentati per esigenze di parsimonia, ma sono disponibili su richiesta.

reagisce con lieve ritardo all'inversione di tendenza di gennaio (imputabile, tra l'altro, al cambiamento di indice) per ben comportarsi poi a partire dal dato di aprile.

Nel caso dei prezzi alla produzione (previsioni sui logaritmi) il passaggio da una fase di crescita ad una di diminuzione viene colto con un periodo di ritardo.

Le previsioni sui tassi tendenziali sono decisamente incoraggianti per quanto riguarda i prezzi alla produzione e quelli all'esportazione, mentre nel caso dei prezzi all'importazione e all'ingrosso, si allineano correttamente ai valori storici con qualche ritardo (dal terzo passo in avanti i prezzi all'importazione, dal quinto i prezzi all'ingrosso).

[3] UN MODELLO TRIMESTRALE REALE: DEFINIZIONE, STIMA, PREVISIONE.

[3.1] Specificazione del modello e le variabili incluse

Per la previsione delle principali grandezze macroeconomiche disponibili su base trimestrale, si è proceduto alla costruzione di un modello VAR composto da sette variabili endogene: prodotto interno lordo (LPILKG), investimenti in costruzioni (LICOSTKG), investimenti in macchinari, attrezzature e mezzi di trasporto (LIMMKG), consumi di beni non durevoli e servizi (LBNDSKG), consumi di beni durevoli (LBDSDKG), importazioni totali (LIMPKG) ed esportazioni totali (LESPKG). Le grandezze endogene in questo modello sono rilevate su base reale, non destagionalizzate e trasformate in logaritmi.

Il set delle grandezze endogene prescelto non contiene, accanto al PIL, tutte le sue componenti; più precisamente, non risultano modellati il comportamento delle Scorte e quello dei Consumi Collettivi. La scelta di rinunciare a tali grandezze dipende dal fatto che le Scorte hanno peso percentuale sul PIL trascurabile, mentre la dinamica dei Consumi Collettivi è facilmente riassumibile da un semplice trend lineare crescente e risulta inoltre fortemente "pilotata" istituzionalmente da provvedimenti connessi alla gestione del fabbisogno statale.

Il modello è completato con l'inserimento di un nucleo di 14 variabili esogene: tra esse compaiono il tasso di inflazione corrente e ritardato (QINFL e QINFL1), i tassi di cambio lira/marco (LQDM) e lira/dollaro (LQDOLL), un indice relativo alla produzione industriale dei paesi OCSE (LPROCSE), il Pil statunitense (LGDPUSA) e quello tedesco (LGDPGER), un indice relativo alle ragioni di scambio (LQRATIO) ottenuto come rapporto tra indice dei prezzi all'importazione e indice dei prezzi all'esportazione, la variabile TENDORD (tendenze a 3/4 mesi degli ordinativi dell'industria), già inclusa come endogena nel modello mensile, e un indice relativo al grado di utilizzo degli impianti (CAPUTI). Tale blocco di esogene è stato definito perchè significativo per le dinamiche delle componenti della domanda interna ed estera, sia sul versante dei consumi, sia su quello delle esportazioni nette: più precisamente, tasso di inflazione, tassi di cambio e ragioni di scambio, insieme, sintetizzano l'andamento della competitività reale dei nostri prodotti. La produzione OCSE, il Pil USA ed il Pil tedesco sono ritenuti congiuntamente significativi per la dinamica delle esportazioni complessive di beni e di servizi.

La capacità utilizzata, anch'essa inclusa tra le esogene, fornisce una misura delle necessità di investimento delle imprese, perlomeno di quello orientato a impianti e macchinari. La variabile TENDORD è inserita per riflettere gli effetti complessivi delle tendenze della domanda. Infine, considerato il ruolo centrale delle politiche di risanamento pubblico per l'attuale scenario congiunturale e i rilevanti effetti delle recenti manovre finanziarie sul reddito disponibile e pertanto sul profilo intertemporale dei consumi e degli investimenti, abbiamo incluso tra le esogene le entrate del Settore Statale correnti e ritardate in termini reali (LENTKG e LENTKG1), le uscite nette del Settore Statale in termini reali (LUSCNKG), la spesa per interessi in termini reali (LINTKG). Le entrate compaiono anche con un ritardo poichè è nostra opinione che gli effetti del prelievo fiscale sui consumi delle famiglie e delle imprese siano distribuiti nel tempo. Rimanendo alle grandezze di finanza pubblica, è' stato inoltre predisposto un modello deterministico estrapolativo per la previsione trimestrale, da uno a quattro passi in avanti, della spesa per interessi del settore statale: tale modello utilizza come variabili di input le serie delle entrate e uscite correnti del settore statale, nonchè le previsioni prodotte dal modello mensile sui tassi di interesse[17].

Il modello è specificato in livelli con tre ritardi per le variabili endogene. E' inserito un nucleo di variabili dummy stagionali a correzione d'intercetta a cui si aggiungono due dummies ad impulso per correggere l'influenza di alcuni outliers particolarmente rilevanti (corrispondenti ai periodi 1979:2 e 1990:2).

---

[17] La costruzione di questo modello è stata curata da Andrea Brasili.

[3.2] Definizione e gestione delle prior sui parametri del modello

Anche in questo caso, la prior imposta sui coefficienti delle variabili endogene ritardate in ogni equazione del modello ricalca l'idea che tutte le serie economiche siano considerabili a priori come random walks univariati; pertanto, come già accennato nella sezione 1.4, al coefficiente del primo ritardo della variabile dipendente viene associata una media a priori pari a 1, mentre pari a 0 è la media a priori imposta a tutti gli altri coefficienti.

Così come avviene nel modello mensile, abbiamo optato per un regime di regolazione della varianza a priori dei parametri relativi alle variabili endogene ritardate interamente definito dai tre iperparametri descritti nella sezione 2.2: un primo iperparametro (ov) regola la varianza sul ritardo 1 della variabile dipendente, un secondo (rel) regola la varianza sui coefficienti delle variabili diverse dalla dipendente ed, infine, un iperparametro (dc) fissa il tasso di decadimento armonico delle varianze al crescere dell'ordine di ritardo considerato.

Anche per questo modello, abbiamo provveduto a calibrare anche la varianza a priori dei coefficienti associati alle grandezze esogene, definendo una matrice di appositi iperparametri (pex) dove l'elemento generico pex_{ji} è proporzionale alla varianza a priori del coefficiente associato alla grandezza esogena j-esima nella i-esima equazione.

Alle componenti deterministiche è stata attribuita una prior assolutamente non informativa (media zero e varianza molto elevata).

[3.3] Ottimizzazione degli iperparametri

Anche in relazione ai modelli trimestrali, le capacità previsive del modello *h* passi in avanti sono state valutate sulla base degli indici U di Theil equazione per equazione, e gli iperparametri sono stati scelti in base alla minimizzazione di tali indici su diversi orizzonti previsivi.

Nella fase di scelta degli iperparametri abbiamo utilizzato una procedura di ricerca a griglia equazione per equazione tenendo in considerazione intervalli previsivi da uno a quattro passi in avanti. Così come è avvenuto sulla base del modello mensile, in tutte le equazioni la configurazione degli iperparametri ottimale per le previsioni un passo in avanti si è rivelata parimenti ottimale in relazione a tutti gli altri orizzonti previsivi.

La valutazione delle capacità previsive del modello e la definizione della configurazione ottimale degli iperparametri per previsioni da uno a quattro passi in avanti sono state prodotte sulla base delle finte previsioni condotte sul periodo 1992:2-1996:2, per un totale di 17 osservazioni su un campione complessivo di 90 osservazioni. La scelta dell'orizzonte di ottimizzazione degli iperparametri è aspetto delicato nella specificazione del modello. In questo caso la scelta adottata vuole essere un valido compromesso tra due esigenze: da un lato quella di impiegare nell'ottimizzazione un numero di osservazioni sufficientemente elevato da garantire la significatività delle misure di capacità previsiva utilizzate e dall'altro quella di evitare che nell'orizzonte di ottimizzazione siano compresi periodi fortemente disomogenei rispetto a quello rilevante per le previsioni.

Come anticipato nella sezione metodologica, la stima del VAR è stata ottenuta attraverso l'applicazione equazione per equazione del filtro di Kalman.

[3.4] La configurazione ottimale degli iperparametri e i risultati della stima

I risultati della scelta degli iperparametri sono raccolti nella tabella 3.1, al termine di questa sezione. Alcuni commenti sulla configurazione ottimale degli iperparametri sembrano necessari.

In primo luogo, per quasi tutte le equazioni del modello si rivela preferibile la specificazione a parametri variabili, tramite la scelta di iperparametri **tvv** diversi da zero. E' possibile notare che la variabilità nel tempo dei parametri è comunque molto limitata dato che gli elementi di **tvv** sono comunque molto vicini a zero. Per tutte le equazioni, è risultata ottimale la scelta di iperparametro $\pi_8=1$ (che corrisponde all'ipotesi che i parametri evolvano come un random walk).

1) Nell'equazione per il PIL sembrano rivestire notevole importanza i ritardi degli investimenti in costruzioni ($rel_{2,1}=0.6$) e dei consumi non durevoli ($rel_{4,1}=1.0$), mentre tutte le altre variabili endogene hanno parametri *rel* associati molto più bassi. Gli iperparametri relativi alle grandezze esogene corrispondono ad una situazione in cui l'inflazione corrente e ritardata ($pex_{1,1}=pex_{2,1}=5$) e l'indice della produzione industriale OCSE ($pex_{5,1}=1$) sono le variabili esogene più rilevanti. Inferiore è il contributo delle uscite nette ($pex_{10,1}=0.5$) e trascurabile quello delle restanti variabili esogene.

2) Nell'equazione per gli investimenti in costruzioni, la prior assegna maggior importanza ai ritardi dei consumi non durevoli ($rel_{4,2}=0.2$) e durevoli ($rel_{5,2}=0.5$), e delle importazioni ($rel_{6,2}=0.3$). Tra le esogene, inflazione corrente e ritardata ($pex_{1,2}=40$, $pex_{2,2}=25$) sono le grandezze alle quali è assegnato a priori maggiore peso, caratteristica questa di non facile

interpretazione, se non ricorrendo all'idea di un effetto indiretto dell'inflazione sul costo reale di alcune categorie di investimento .

3) Nella previsione degli investimenti in macchinari, attrezzature e mezzi di trasporto sono particolarmente rilevanti i ritardi degli investimenti in costruzioni ($rel_{2,3}$=3.00) e delle esportazioni ($rel_{7,3}$=3.00). Le grandezze esogene più importanti sono il tasso di cambio con il marco ($pex_{3,3}$=10), ed in misura maggiore il tasso di cambio con il dollaro ($pex_{4,3}$ =20) e le uscite nette ($pex_{10,3}$=20).

4) Nell'equazione per i consumi di beni non durevoli maggiore importanza è attribuita ai ritardi del PIL ($rel_{1,4}$=1.0) e a quelli delle importazioni ($rel_{6,4}$ =3.0). Quasi a nessuna esogena viene attribuita grande importanza; le uniche a ricoprire un ruolo non trascurabile sono il tasso di cambio con il dollaro ($pex_{4,4}$ = 5), le ragioni di scambio ($pex_{6,4}$ =5) e la capacità di utilizzo degli impianti ($pex_{7,4}$=7).

5) Per i consumi durevoli, le grandezze endogene rilevanti sono gli investimenti in costruzioni ($rel_{2,5}$= 1.0) e le importazioni ($rel_{6,5}$=4.0), mentre per quanto riguarda le variabili esogene, il tasso di cambio con il marco ($pex_{3,5}$=10) risulta maggiormente importante.

6) Guardando alla prior definita per l'equazione delle importazioni,: una certa importanza viene attribuita ai ritardi del PIL ($rel_{1,6}$=0.8) e degli investimenti in macchinari ($rel_{3,6}$=0.5). Tra le variabili esogene, un peso assai rilevante è attribuito alla capacità di utilizzo degli impianti ($pex_{7,6}$=600).

7) Quanto alle esportazioni, ai ritardi di tutte le grandezze endogene è attribuita pochissima importanza. D'altro canto, le sole esogene di un certo peso sono il tasso di cambio con il marco ($pex_{3,7}$=30) e la spesa per interessi ($pex_{1,7}$ = 50) e, in misura minore, il Pil USA ($pex_{12,7}$=8) e il Pil tedesco ($pex_{13,7}$=1.0).

[3.5] La performance previsiva

Le tabella 3.2 riporta le proprietà previsive del modello espresse in termini di indici U di Theil a 1, 2, 3 e 4 passi in avanti prodotti per il periodo utilizzato per la calibrazione degli iperparametri.

Anche in questo caso, come già rilevato a proposito del modello mensile, la configurazione ottimizzata degli iperparametri conduce a risultati preferibili, rispetto a quelli del modello stimato sulla base della configurazione dei parametri di default[18]. In secondo luogo, gli indici U di Theil sono generalmente molto bassi a tutti i livelli in tutte le equazioni, con l'unica eccezione dell' indice relativo alle previsioni 4 passi in avanti per i consumi di beni non durevoli (U=.89). Nuovamente, il modello bayesiano risulta preferibile, in termini di capacità previsiva, al modello non bayesiano.

La performance assoluta del modello peggiora, come prevedibile, con il dilatarsi dell'orizzonte previsivo.

Come nel caso del modello mensile, abbiamo ritenuto che fosse utile produrre alcune previsioni per valutare concretamente il comportamento del modello; le previsioni prodotte coprono l'orizzonte temporale delle ultime 4 osservazioni disponibili, vale a dire il periodo dal 1995:3 al 1996:2 e vengono confrontate con i valori storici corrispondenti. In questo esercizio sono stati usati come scenario i valori storici effettivamente assunti dalle esogene, eliminando così una delle possibili fonti di errore nella previsione.

Entrando nel dettaglio delle previsioni per le singole equazioni (tabella 3.3), presentate in termini di variazioni percentuali rispetto al trimestre corrispondente dell'anno precedente[19], il comportamento del modello rivela una sufficiente affidabilità, seppur con alcune caratteristiche non del tutto soddisfacenti.

Incoraggianti sono le previsioni sui tassi di variazione tendenziali del PIL, degli investimenti in costruzioni e di tutte le componenti dei consumi; come evidenziato nella tabella 3.3 le previsioni sul PIL mostrano un errore massimo dello 0.4% commesso in occasione della previsione tre passi in avanti (previsione per il 1996:1). Ben colto dalle previsioni del nostro modello è il rallentamento nella crescita dei consumi : in particolare il dato previsto 4 passi in avanti (previsione per il 1996:2) per i consumi di beni non durevoli e servizi differisce solo per uno 0.003% dal dato reale. Anche la dinamica oscillatoria degli investimenti in costruzioni è correttamente anticipata dalle nostre previsioni senza alcun ritardo nella individuazione dei punti di svolta. Richiedono invece un ulteriore affinamento le previsioni relative agli investimenti in macchinari, alle esportazioni e alle importazioni: in particolare non sembra accettabile l'errore commesso 2 passi in avanti per gli investimenti (3.4% la

[18] Gli indici U di Theil per il modello con iperparametri di default, nonchè quelli relativi al Var non bayesiano, non sono riportati per esigenze di sintesi, ma sono naturalmente disponibili su richiesta.

[19] Nella stessa tabella riportiamo, per completezza di informazione, anche le previsioni sui logaritmi delle variabili endogene.

crescita prevista; 11.3% quella reale) e quello 3 passi in avanti per le importazioni (0.8% la crescita prevista contro un +4% effettivo).

[4] UN MODELLO TRIMESTRALE PER I DEFLATORI: DEFINIZIONE, STIMA,PREVISIONE.

[4.1] Specificazione del modello e le variabili incluse

Questo modello ha come finalità l'ottenimento di previsioni sulle serie dei deflatori corrispondenti alle grandezze trimestrali reali comprese nel modello descritto nella sezione 3; con tale modello si ottiene così la possibilità di affiancare alle previsioni sulle grandezze reali di contabilità nazionale anche una previsione sui corrispondenti aggregati nominali.

In particolare si intende fornire una previsione per i deflatori delle esportazioni e delle importazioni al fine di ricostruire una previsione sui valori nominali di esportazioni ed importazioni e quindi sul loro saldo.

Il modello utilizzato si compone di otto equazioni. Le variabili endogene trattate sono i deflatori del prodotto interno lordo (LDPIL), degli investimenti in costruzioni (LDICOST), degli investimenti in macchinari, attrezzature e mezzi di trasporto (LDIMM), dei consumi di beni non durevoli e servizi (LDBNDS), dei consumi di beni durevoli (LBDSD), delle importazioni (LDIMP) e delle esportazioni (LDESP). In più, rispetto alle corrispondenti variabili in termini reali che appaiono come endogene nel modello trimestrale reale, abbiamo inserito un'ottava equazione relativa all'indice dei prezzi al consumo (LQITCPWORKF) allo scopo di produrre previsioni sull'andamento tendenziale dell'inflazione lungo orizzonti medio-lunghi (ad esempio 12 mesi) fuori dalla portata del modello mensile. Tutte le grandezze endogene appaiono in logaritmi.

Nel modello è stato inserito un nucleo relativamente parsimonioso di variabili esogene: i tassi di cambio lira/marco (LQDM) e lira/dollaro (LQDOLL) e il costo del lavoro per unità di prodotto (misurato come rapporto tra redditi da lavoro dipendente e valore aggiunto nell'industria) corrente e ritardato (rispettivamente CLUPI e CLUPI1) aiutano a prevedere fluttuazioni della componente di prezzo del PIL nominale (o delle voci che lo compongono) imputabili a fattori di offerta quali il costo degli inputs intermedi importati e le dinamiche relative salari/produttività. L'indice ISCO relativo alle tendenze degli ordinativi (TENDORD), invece, descrive il ruolo della domanda nell'influenzare l'andamento nominale degli aggregati di contabilità. Abbiamo inserito l'indice del costo delle materie prime LCONF (già contenuta nel modello mensile come variabile esogena) e l'indice dei prezzi alla produzione LPPROD (che è variabile endogena nel modello mensile) perchè significative nella spiegazione di alcuni deflatori. Infine, il tasso di inflazione corrente (QINFL), ricavato a partire dalle previsioni ottenute sulla base del modello mensile è esogena strumentale alla previsione dei prezzi al consumo (LQITCPWORKF)

Il modello è specificato in livelli con tre ritardi per le variabili endogene. E stato definito un nucleo di variabili dummy stagionali a correzione d'intercetta, nonchè un set di dummies ad impulso per correggere l'influenza di alcuni outliers particolarmente rilevanti (corrispondenti ai periodi 1975:3, 1976:1, 1976:2, 1977:1 e 1977:2).

[4.2] Definizione e gestione delle prior sui parametri del modello

Così come avviene per gli altri modelli sinora descritti, viene utilizzato l'approccio BVAR standard basato sulla definizione di varianze a priori sui coefficienti delle diverse equazioni, "regolate" dal set di iperparametri, già descritto nelle precedenti sezioni del lavoro.

Anche in questo caso alle componenti deterministiche è stata attribuita una prior assolutamente non informativa (media zero e varianza molto elevata).

[4.3] Ottimizzazione degli iperparametri

Nuovamente, le capacità previsive del modello vengono valutate sulla base degli indici U di Theil equazione per equazione, e gli iperparametri sono scelti in base alla minimizzazione di tali indici su diversi orizzonti previsivi.

Nella fase di scelta degli iperparametri abbiamo utilizzato una procedura di ricerca a griglia equazione per equazione tenendo in considerazione intervalli previsivi da uno a quattro passi in avanti. La valutazione delle capacità previsive del modello e la definizione della configurazione ottimale degli iperparametri per previsioni da uno a quattro passi in avanti sono state prodotte sulla base delle finte previsioni condotte sul periodo 1992:2-1996:2, per un totale di 17 osservazioni.

La stima del VAR è stata ottenuta attraverso l'applicazione equazione per equazione del filtro di Kalman.

[4.4] Le proprietà previsive

Le tabella 4.1 riassume le capacità previsive del modello espresse in termini di indici U di Theil a 1, 2, 3 e 4 passi in avanti prodotti lungo il periodo prescelto per la calibrazione degli iperparametri.

Anche in questo caso, la configurazione ottimizzata della prior produce risultati preferibili a quelli ottenuti sulla base del modello con configurazione di default degli iperparametri, nonchè decisamente migliori di quelli prodotti da un corrispondente VAR non bayesiano[20].

Contrariamente a quanto visto per il corrispondente modello sulle grandezze reali, in questo caso, gli U di Theil hanno andamento decrescente rispetto all'orizzonte previsivo; un comportamento simile caratterizza anche buona parte delle variabili incluse nel modello mensile, suggerendo che un semplice random walk è relativamente competitivo con il nostro modello (pur uscendo sempre sconfitto dal confronto) in caso di previsioni a breve termine (1 o 2 passi in avanti) e relative a variabili di prezzo o, più generalmente, espresse in termini nominali.

La performance assoluta del modello peggiora, invece, ovviamente con il dilatarsi dell'orizzonte previsivo.

Come nel caso degli altri modelli, abbiamo ritenuto che fosse utile produrre alcune previsioni per valutare il comportamento del modello sul campo; le previsioni prodotte coprono l'orizzonte temporale delle ultime 4 osservazioni disponibili, vale a dire il periodo dal 1995:3 al 1996:2. In questo esercizio sono stati usati come scenario i valori storici effettivamente assunti dalle esogene, eliminando ovviamente una delle possibili fonti di errore nella previsione.

Entrando nel dettaglio delle previsioni per le singole equazioni (tabella 4.2), presentate in termini di variazioni percentuali rispetto al trimestre corrispondente dell'anno precedente, si osserva il buon comportamento del modello per quanto riguarda le equazioni relative ai deflatori del PIL, degli investimenti in costruzioni e dei consumi di beni non durevoli e servizi; per tali variabili l'errore massimo commesso in fase previsiva è pari, grosso modo, allo 0.3%. Il rallentamento progressivo nella crescita del deflatore dei beni di consumo durevoli è ben riprodotto dai valori previsti (LDBDSD), che pur presentano una tendenza a sottostimare i tassi di variazione. Rimarchevole, inoltre, è il risultato ottenuto in termini di

---

[20] Cfr. nota 12 sezione 2.

previsione di lungo periodo dell'inflazione: il dato previsto 4 passi in avanti (ben 12 mesi) per le variazioni dei prezzi al consumo (+4.39%) si discosta da quello vero (+4.24%) solo in misura pari allo 0.15%.

Una sintesi del comportamento previsivo dei due modelli trimestrali emerge dalle previsioni relative al saldo della bilancia SEC (Sistema Europeo di Conti integrati), espresso in migliaia di miliardi di lire correnti, che otteniamo come differenza tra i valori correnti delle esportazioni e delle importazioni complessive[21]. Le nostre previsioni puntuali (tabella 4.2) sono da noi ritenute soddisfacenti, data la notoria difficoltà di prevedere questo aggregato.

Conclusioni

In questo lavoro abbiamo mostrato gli aspetti metodologici ed applicativi legati alla utilizzazione delle tecniche BVAR per la costruzione di un insieme di modelli previsivi mensili e trimestrali, concentrandoci sulla descrizione degli aspetti cruciali della specificazione delle distribuzione a priori. La metodologia BVAR è stata applicata ad un insieme di modelli previsivi per l'economia italiana con risultati che riteniamo incoraggianti. Abbiamo specificato un modello mensile per la previsione dell'andamento dei prezzi e dei tassi di interesse, mentre due modelli trimestrali sono stati dedicati alla previsione delle grandezze chiave del quadro macroeconomico in termini nominali e reali.

Oltre all'insieme di modelli presentati in questo lavoro, presso il nostro gruppo di lavoro sono correntemente in fase di sperimentazione altri ambiti applicativi della metodologia BVAR. In primo luogo, stiamo costruendo un modello trimestrale, che ha come esogene alcune tra le grandezze reali del modello trimestrale reale, orientato all'ottenimento di previsioni sull'occupazione che vengono trasformate in previsioni sul tasso di disoccupazione sulla base di estrapolazioni della forza lavoro e della popolazione.

Inoltre, è nostra intenzione sperimentare l'applicabilità in sede previsiva delle tecniche BVAR anche a strutture modellistiche basate su dati disponibili a frequenza settimanale. Con l'intento di raccordare le indicazioni previsive ottenute sulla base dei modelli mensile e trimestrale alle decisioni operative a brevissima scadenza degli operatori finanziari, è in fase di costruzione un modello orientato alla previsione a breve termine dei tassi di rendimento

---

[21] Tale saldo differisce da quello di Bilancia Commerciale; infatti i dati di esportazione usati per il calcolo di quest'ultimo non comprendono i servizi, che sono inclusi, invece, nei dati di importazione solo per la parte CIF.

dei BTP a diverse scadenze e di alcuni tassi del mercato monetario, sulla base di un piccolo nucleo di grandezze esogene (tassi di cambio e tassi di rendimento a lungo termine dei titoli pubblici tedeschi e statunitensi). Tale modello settimanale finanziario ha come finalità l'ottenimento di previsioni con orizzonte all'interno del mese.

Dal punto di vista più strettamente metodologico, manca ancora un evidenza precisa sull'incertezza intorno alle previsioni puntuali, anche se la presenza diffusa in tutti i nostri modelli di variabili esogene rende comunque gli intervalli di confidenza intorno alle previsioni generalmente poco rilevanti. Intendiamo inoltre verificare l'opportunità di programmare procedure automatizzate di ricerca della configurazione ottimale per alcuni iperparametri ritenuti particolarmente rilevanti sulla determinazione della capacità previsiva del modello.

Tabella 2.1 : Configurazione degli iperparametri del modello mensile

rel2,1=30.0
rel3,1=30.0
rel4,1=0.05
rel5,1=0.00005
rel6,1=0.0005
rel7,1=0.05
rel8,1=0.05
rel9,1=0.00005
rel10,1=0.00005
rel11,1=0.005

rel1,2=1.5
rel3,2=1.0
rel4,2=0.05
rel5,2=0.005
rel6,2=0.05
rel7,2=2.00
rel8,2=1.00
rel9,2=0.50
rel10,2=0.05
rel11,2=0.05

rel1,3=1.50
rel2,3=0.50
rel4,3=0.05
rel5,3=0.05
rel6,3=0.05
rel7,3=1.50
rel8,3=2.50
rel9,3=0.05
rel10,3=0.5
rel11,3=1.5

rel1,4=0.005
rel2,4=0.50
rel3,4=0.05
rel5,4=0.05
rel6,4=0.05
rel7,4=1.50
rel8,4=1.00
rel9,4=0.05
rel10,4=0.05
rel11,4=10.05

rel1,5=0.005
rel2,5=0.05
rel3,5=0.05
rel4,5=0.05
rel6,5=0.05
rel7,5=0.05
rel8,5=3.5
rel9,5=0.05
rel10,5=0.05
rel11,5=1.50

rel1,6=5.50
rel2,6=0.05
rel3,6=1.50
rel4,6=0.50
rel5,6=0.05
rel7,6=1.00
rel8,6=0.05
rel9,6=0.05
rel10,6=0.05
rel11,6=3.5

rel1,7=0.50
rel2,7=0.05
rel3,7=0.50
rel4,7=0.05
rel5,7=1.50
rel6,7=0.05
rel8,7=2.50
rel9,7=0.05
rel10,7=0.05
rel11,7=0.50

rel1,8=0.05
rel2,8=0.05
rel3,8=0.05
rel4,8=1.50
rel5,8=2.50
rel6,8=0.50
rel7,8=2.50
rel9,8=0.05
rel10,8=0.005
rel11,8=0.005

rel1,9=0.05
rel2,9=0.05
rel3,9=0.05
rel4,9=0.05
rel5,9=0.05
rel6,9=0.05
rel7,9=0.05
rel8,9=0.05
rel10,9=0.5
rel11,9=3.5

rel1,10=0.005
rel2,10=0.005
rel3,10=0.005
rel4,10=30.50
rel5,10=0.005
rel6,10=0.005
rel7,10=0.005
rel8,10=0.005
rel9,10=0.005
rel11,10=0.005

rel1,11=0.05
rel2,11=2.50
rel3,11=0.05
rel4,11=0.05
rel5,11=0.05
rel6,11=0.05
rel7,11=0.05
rel8,11=3.50
rel9,11=1.50
rel10,11=0.05

ov1=25.85
ov2=0.005
ov3=0.50
ov4=0.05
ov5=0.40
ov6=0.60
ov7=0.50
ov8=0.50
ov9=0.50
ov10=0.050
ov11=0.10

dc1=-6.77
dc2=-5.50
dc3=-2.50
dc4=-2.50
dc5=-1.50
dc6=-1.50
dc7=-1.00
dc8=-1.50
dc9=-1.50
dc10=-10.5
dc11=-1.00

pex1,1=0.5
pex2,1=0.05
pex3,1=0.5
pex4,1=0.5
pex5,1=5.0
pex1,2=5.0
pex2,2=0.5
pex3,2=5.0
pex4,2=5.0
pex5,2=5.0
pex1,3=5.0
pex2,3=0.005
pex3,3=5.0
pex4,3=5.0
pex5,3=5.0
pex1,4=0.00005
pex2,4=0.500
pex3,4=0.500
pex4,4=0.000005
pex5,4=5
pex1,5=5
pex2,5=5
pex3,5=0.05
pex4,5=0.00005
pex5,5=5
pex1,6=5
pex2,6=5
pex3,6=5
pex4,6=0.00005
pex5,6=5
pex1,7=5
pex2,7=5
pex3,7=5
pex4,7=5
pex5,7=5
pex1,8=5
pex2,8=5
pex3,8=5
pex4,8=5
pex5,8=0.0005
pex1,9=0.005
pex2,9=0.005
pex3,9=0.005
pex4,9=0.005
pex5,9=5
pex1,10=5
pex2,10=0.005
pex3,10=0.005
pex4,10=0.005
pex5,10=0.005
pex1,11=5
pex2,11=0.0005
pex3,11=5
pex4,11=0.05
pex5,11=5

Tabella 2.2: indici U di Theil per il modello mensile

EQUAZIONE	Step	Mean Error	Mean Abs.Error	RMS Error	Theil U	N.Obs
	1	0.026346733	0.331450011	0.420678793	**0.9739612**	78
	2	0.057346788	0.541158875	0.691337674	**0.9952532**	77
	3	0.080121593	0.686867689	0.876628441	**0.9837009**	76
BTPRIL	4	0.094455161	0.795948667	1.063285309	**0.9626100**	75
	5	0.097550264	0.966339845	1.245527451	**0.9512905**	74
	6	0.063325112	1.088353164	1.378325172	**0.9293310**	73
	1	-0.044525999	0.574401639	0.766720785	**0.9762574**	78
	2	-0.078675956	0.773767640	1.009497771	**0.9287391**	77
	3	-0.123464554	0.943126568	1.262145142	**0.9482705**	76
RBOT3L	4	-0.171537629	1.135190724	1.516150403	**0.9626934**	75
	5	-0.210269196	1.353954428	1.726709155	**0.9579215**	74
	6	-0.278267944	1.518971533	1.902430538	**0.9556592**	73
	1	0.044222110	0.599694086	1.150244062	**0.9563674**	78
	2	0.073653010	0.761517731	1.220126342	**0.8065300**	77
	3	0.080799912	0.982047717	1.594426155	**0.8509891**	76
RIBOR1M	4	0.066682372	1.126839124	1.815909039	**0.8253821**	75
	5	0.042492896	1.149849578	1.917240641	**0.7970222**	74
	6	0.013629580	1.222896090	2.010083192	**0.7883885**	73
	1	0.000357438	0.001647862	0.002038360	**0.4428547**	78
	2	0.000716956	0.002699645	0.003336283	**0.3788064**	77
	3	0.001032433	0.003627862	0.004470878	**0.3470848**	76
LCPI	4	0.001301220	0.004325932	0.005512286	**0.3244696**	75
	5	0.001517555	0.005009049	0.006292368	**0.2980238**	74
	6	0.001565411	0.005403323	0.006722303	**0.2663256**	73
	1	-0.000561906	0.002286691	0.002971861	**0.6641131**	78
	2	-0.001197599	0.004012124	0.005195509	**0.6219773**	77
	3	-0.001710012	0.005368307	0.007244627	**0.5949983**	76
LPPROD	4	-0.002102170	0.006801737	0.009107422	**0.5701101**	75
	5	-0.002424828	0.008019003	0.010498005	**0.5335247**	74
	6	-0.002659324	0.009027637	0.011820757	**0.5061661**	73
	1	-0.000034942	0.005491882	0.007488270	**0.7901312**	78
	2	0.000141416	0.007625863	0.010230612	**0.6596279**	77
	3	0.000744954	0.009288675	0.012599848	**0.5920353**	76
LPINGR	4	0.001432959	0.010867485	0.013963896	**0.5305070**	75
	5	0.002151103	0.012139858	0.015154512	**0.4836204**	74
	6	0.002924113	0.013243536	0.016072549	**0.4430661**	73
	1	0.000072484	0.010888750	0.013746125	**0.6611751**	78
	2	-0.000122600	0.012187529	0.014931083	**0.4809466**	77
	3	-0.000529059	0.012854131	0.015917804	**0.4114764**	76
LPIMP	4	-0.000418185	0.014873645	0.018116930	**0.4128688**	75
	5	-0.000263543	0.016826003	0.019550734	**0.4000012**	74
	6	0.000172401	0.018987675	0.022354116	**0.4217327**	73
	1	0.000119443	0.008028193	0.010059181	**0.8116418**	78
	2	0.000097244	0.011150181	0.013793016	**0.7121805**	77
	3	0.000155103	0.013445644	0.016273275	**0.6421118**	76
LPEXP	4	0.000635863	0.014663438	0.018193582	**0.5849784**	75
	5	0.001043186	0.016111223	0.020330868	**0.5544473**	74
	6	0.001810916	0.017619274	0.021442874	**0.5103244**	73
	1	-0.003057895	0.025922812	0.033916656	**0.1069188**	78
	2	-0.003783401	0.026610707	0.035521091	**0.1089706**	77
	3	-0.005622615	0.025873512	0.034669393	**0.1050726**	76
LPMG90	4	-0.006587065	0.028444942	0.038325746	**0.1253866**	75
	5	-0.008798622	0.032699995	0.042176644	**0.1327011**	74
	6	-0.010979785	0.032091153	0.041428706	**0.1222712**	73
	1	-0.001318970	0.006533315	0.009592201	**0.9703466**	78
	2	-0.002698465	0.011537467	0.014316769	**0.9463662**	77
	3	-0.004039920	0.014808895	0.017424458	**0.9260944**	76
LCLUPI	4	-0.005351723	0.016287707	0.019409375	**0.9072615**	75
	5	-0.006662359	0.017249800	0.021606525	**0.8971709**	74
	6	-0.008243040	0.018844643	0.023789231	**0.8926529**	73
	1	-0.74157088	4.45823054	5.86892613	**0.8475594**	78
	2	-1.41150645	5.35368302	7.15538781	**0.7426536**	77
	3	-1.99564952	5.94222229	7.93313481	**0.6819452**	76
LTENDORD	4	-2.59103268	6.45661907	8.71437440	**0.6507131**	75
	5	-3.34518111	6.93515504	8.99665089	**0.6159911**	74
	6	-3.92463315	7.90688949	10.14592094	**0.6381278**	73

Tabella 2.3. Valori previsti e reali dei tassi di variazione (trimestre su trimestre corrispondente dell'anno precedente) e dei logaritmi (livelli per i tassi di interesse): modello mensile

		Livelli/Logaritmi		Tassi di	variazione
Equazione	**Osservazione**	**Valori previsti**	**Valori reali**	**Valori previsti**	**Valori reali**
	96:01	10.719	10.470		
	96:02	10.542	10.540		
	96:03	10.483	10.710		
BTPRIL	96:04	10.157	10.350		
	96:05	9.767	9.720		
	96:06	9.668	9.590		
	96:01	9.916	9.800		
	96:02	9.553	9.898		
	96:03	9.639	9.864		
RBOT3L	96:04	9.278	9.290		
	96:05	8.734	8.960		
	96:06	8.383	8.380		
	96:01	10.294	10.239		
	96:02	10.227	10.092		
	96:03	10.107	9.949		
RIBOR1M	96:04	9.277	9.832		
	96:05	9.047	9.196		
	96:06	9.115	9.066		
	96:01	4.762	4.759	5.7	5.4
	96:02	4.766	4.763	5.3	5.0
	96:03	4.769	4.767	4.8	4.5
LCPI	96:04	4.773	4.772	4.6	4.5
	96:05	4.775	4.776	4.2	4.3
	96:06	4.778	4.778	3.9	3.9
	96:01	4.821	4.821	5.9	5.9
	96:02	4.823	4.823	4.9	4.9
	96:03	4.825	4.824	3.6	3.6
LPPROD	96:04	4.825	4.825	2.7	2.6
	96:05	4.826	4.822	1.7	1.3
	96:06	4.824	4.820	1.0	0.6
	96:01	4.888	4.894	8.8	9.4
	96:02	4.890	4.897	7.4	8.2
	96:03	4.895	4.897	5.3	5.6
LPINGR	96:04	4.900	4.903	4.1	4.5
	96:05	4.900	4.900	3.5	3.5
	96:06	4.898	4.897	2.5	2.4
	96:01	5.375	5.380	8.7	9.3
	96:02	5.378	5.367	5.9	4.8
	96:03	5.373	5.372	3.2	3.1
LPIMP	96:04	5.372	5.371	1.2	1.1
	96:05	5.362	5.372	-1.0	-0.1
	96:06	5.346	5.348	-2.7	-2.5
	96:01	5.614	5.620	13.5	14.3
	96:02	5.614	5.613	11.3	11.2
	96:03	5.619	5.629	9.1	10.2
LPEXP	96:04	5.609	5.605	6.5	6.0
	96:05	5.599	5.600	5.6	5.7
	96:06	5.590	5.592	3.1	3.4
	96:01	4.653	4.625		
	96:02	4.735	4.723		
	96:03	4.738	4.750		
LPMG90	96:04	4.707	4.643		
	96:05	4.702	4.709		
	96:06	4.707	4.758		
	96:01	4.699	4.700		
	96:02	4.703	4.705		
	96:03	4.706	4.710		
LCLUPI	96:04	4.710	4.714		
	96:05	4.714	4.719		
	96:06	4.718	4.723		
	96:01	18.496	18.000		
	96:02	18.694	16.000		
	96:03	15.711	18.000		
LTENDORD	96:04	12.957	14.000		
	96:05	6.943	5.000		
	96:06	0.254	-1.000		

Tabella 3.1: Configurazione degli iperparametri nel modello trimestrale reale

rel(2,1)=0.6
rel(3,1)=0.02
rel(4,1)=1.0
rel(5,1)=0.001
rel(6,1)=0.01
rel(7,1)=0.05
rel(1,2)=0.05
rel(3,2)=0.005
rel(4,2)=0.20
rel(5,2)=0.500
rel(6,2)=0.300
rel(7,2)=0.03
rel(2,3)=3.00
rel(1,3)=0.01
rel(4,3)=0.40
rel(5,3)=0.050
rel(6,3)=0.040
rel(7,3)=3.00
rel(1,4)=1.00
rel(2,4)=0.05
rel(3,4)=0.005
rel(5,4)=0.005
rel(6,4)=3.000
rel(7,4)=0.05
rel(1,5)=0.005
rel(2,5)=1.0
rel(3,5)=0.05
rel(4,5)=0.5
rel(6,5)=4.0
rel(7,5)=0.005
rel(1,6)=0.8
rel(2,6)=0.005
rel(3,6)=0.5
rel(4,6)=0.1
rel(5,6)=0.005
rel(7,6)=0.005
rel(1,7)=0.004
rel(2,7)=0.006
rel(3,7)=0.005
rel(4,7)=0.10
rel(5,7)=0.5
rel(6,7)=0.005

pex(1,1)=5.0
pex(2,1)=5.0
pex(3,1)=0.05
pex(4,1)=0.004
pex(5,1)=1.0
pex(6,1)=0.045
pex(7,1)=0.5
pex(8,1)=0.001
pex(9,1)=0.1
pex(10,1)=0.5
pex(11,1)=0.05
pex(12,1)=0.0001
pex(13,1)=0.0001
pex(14,1)=0.0001
pex(1,2)=40.00
pex(2,2)=25.0
pex(3,2)=5.0
pex(4,2)=5.0
pex(5,2)=0.40
pex(6,2)=0.045
pex(7,2)=1.0
pex(8,2)=0.5
pex(9,2)=0.1
pex(10,2)=10
pex(11,2)=25
pex(12,2)=0.0001
pex(13,2)=0.0001
pex(14,2)=0.0001
pex(1,3)=10.0
pex(2,3)=10.0
pex(3,3)=10.0
pex(4,3)=20.0
pex(5,3)=5.0
pex(6,3)=10.0
pex(7,3)=10.0
pex(8,3)=5.0
pex(9,3)=0.5
pex(10,3)=20.0
pex(11,3)=10.0
pex(12,3)=0.0001
pex(13,3)=0.0001
pex(14,3)=0.0001
pex(1,4)=0.0005
pex(2,4)=0.100
pex(3,4)=0.005
pex(4,4)=5.0
pex(5,4)=0.3
pex(6,4)=5.0
pex(7,4)=7.0
pex(8,4)=0.005
pex(9,4)=0.05
pex(10,4)=0.05
pex(11,4)=0.001
pex(12,4)=0.0001
pex(13,4)=0.0001
pex(14,4)=0.0001
pex(1,5)=0.0005
pex(2,5)=0.0005
pex(3,5)=10.0
pex(4,5)=5.0
pex(5,5)=0.5
pex(6,5)=0.005
pex(7,5)=5.0
pex(8,5)=0.01
pex(9,5)=0.2
pex(10,5)=0.20
pex(11,5)=5.0
pex(12,5)=0.0001
pex(13,5)=0.0001
pex(14,5)=0.0001
pex(1,6)=0.0000005
pex(2,6)=0.000005
pex(3,6)=0.05
pex(4,6)=5.0
pex(5,6)=5.0
pex(6,6)=0.5
pex(7,6)=600.0
pex(8,6)=0.5
pex(9,6)=0.02
pex(10,6)=0.05
pex(11,6)=0.04
pex(12,6)=0.0001
pex(13,6)=0.0001
pex(14,6)= 1.0
pex(1,7)=0.005
pex(2,7)=0.003
pex(3,7)=40.0
pex(4,7)=0.06
pex(5,7)=0.45
pex(6,7)=0.05
pex(7,7)=10.0
pex(8,7)=1.0
pex(9,7)=0.03
pex(10,7)=5.0
pex(11,7)=50.0
pex(12,7)=8.0
pex(13,7)=1.0
pex(14,7)=0.0001

ov(1)=0.5
ov(2)=1.0
ov(3)=1.0
ov(4)=3.0
ov(5)=0.5
ov(6)=0.5
ov(7)=0.5

dc(1)=-3.5
dc(2)=-1.5
dc(3)=-2.0
dc(4)=-0.05
dc(5)=-2.0
dc(6)=-0.05
dc(7)=-2.0

tvv(1)=0.00000000
tvv(2)=0.00000001
tvv(3)=0.000000000
tvv(4)=0.0000001
tvv(5)=0.0000000001
tvv(6)=0.000000001
tvv(7)=0.0000001

shrink(1)=1.00
shrink(2)=1.00
shrink(3)=1.00
shrink(4)=1.00
shrink(5)=1.00
shrink(6)=1.00
shrink(7)=1.00

Tabella 3.2: Indici U di Theil per il modello trimestrale reale

EQUAZIONE	Step	Mean Error	Mean Abs.Error	RMS Error	Theil U	N.Obs
	1	0.001647146	0.004591575	0.006892662	**0.1624929**	17
	2	0.002693204	0.004809068	0.007782261	**0.2712929**	16
LPILKG	3	0.003713886	0.006971824	0.010173051	**0.2278700**	15
	4	0.004449295	0.007229640	0.009653095	**0.4397115**	14
	1	-0.001636615	0.004607281	0.006396310	**0.4349363**	17
	2	-0.003899847	0.008866865	0.011683206	**0.4329345**	16
LICOSTKG	3	-0.005537233	0.013180809	0.016621978	**0.4335921**	15
	4	-0.007593792	0.017402461	0.021296637	**0.4270971**	14
	1	0.008222044	0.050566526	0.065898309	**0.3560141**	17
	2	0.013030048	0.069261540	0.081903923	**0.6221579**	16
LIMMKG	3	0.020368008	0.057474906	0.073895651	**0.3580169**	15
	4	0.018521300	0.063196590	0.084793686	**0.5894860**	14
	1	0.000070904	0.003076648	0.003759007	**0.2273657**	17
	2	0.000709252	0.005923153	0.007300433	**0.4923107**	16
LBNDSKG	3	0.002171331	0.007888253	0.009410303	**0.5100977**	15
	4	0.003204436	0.008990581	0.010109690	**0.8937566**	14
	1	-0.000080455	0.008908476	0.010575942	**0.1438219**	17
	2	0.000342293	0.013507308	0.016980031	**0.2414356**	16
LBDSDKG	3	0.000791233	0.019150748	0.024044392	**0.3099185**	15
	4	0.003141136	0.023450809	0.029061000	**0.6119789**	14
	1	0.003682460	0.019616372	0.023992163	**0.3109150**	17
	2	0.007853345	0.019983358	0.024746365	**0.3074809**	16
LIMPKG	3	0.009460728	0.021483133	0.025991459	**0.2841743**	15
	4	0.010833845	0.023417154	0.027932465	**0.3263236**	14
	1	0.003212480	0.017064415	0.022432014	**0.2946474**	17
	2	0.007739873	0.022414937	0.031299043	**0.5345991**	16
LESPKG	3	0.013250056	0.023315634	0.029477089	**0.2881135**	15
	4	0.020131627	0.020131627	0.027400049	**0.2896258**	14

Tabella 3.3. Valori previsti e reali dei tassi di variazione (trimestre su trimestre corrispondente anno precedente) e dei logaritmi: modello trimestrale reale.

		Tassi di variazione		Logaritmi	
Equazione	**Osservazione**	**Valori previsti**	**Valori reali**	**Valori previsti**	**Valori reali**
	95:03	2.503	2.472	12.731	12.731
	95:04	2.523	2.290	12.798	12.796
LPILKG	96:01	1.032	1.451	12.748	12.752
	96:02	0.649	0.607	12.760	12.760
	95:03	1.741	1.616	10.305	10.304
	95:04	3.112	3.533	10.308	10.313
LICOSTKG	96:01	2.054	1.988	10.302	10.302
	96:02	2.320	2.200	10.313	10.312
	95:03	8.306	10.687	10.190	10.212
	95:04	3.403	11.342	10.432	10.506
LIMMKG	96:01	6.245	4.462	10.337	10.320
	96:02	4.418	2.637	10.422	10.405
	95:03	1.643	1.409	11.903	11.900
	95:04	1.264	1.146	11.899	11.898
LBNDSKG	96:01	0.707	0.876	11.902	11.903
	96:02	0.718	0.715	11.884	11.884
	95:03	2.098	2.681	11.015	11.021
	95:04	3.104	2.416	11.149	11.143
LBDSDKG	96:01	1.638	1.632	11.088	11.088
	96:02	1.292	0.420	11.089	11.080
	95:03	9.211	11.797	11.135	11.159
	95:04	6.474	6.168	11.262	11.259
LIMPKG	96:01	0.780	4.002	11.209	11.241
	96:02	-3.857	-4.954	11.200	11.188
	95:03	12.912	12.387	11.330	11.326
	95:04	9.316	6.509	11.412	11.386
LESPKG	96:01	1.947	1.387	11.336	11.330
	96:02	-3.085	-2.728	11.380	11.383

Tabella 4.1: Theil'S U prodotti dal VAR dei deflatori

Equazione	step	Mean Error	Mean Absolute Error	RMS Error	Theil U	N.O.
	1	0.000267988	0.004213669	0.005071050	**0.1596657**	17
	2	0.000064392	0.005107847	0.006263452	**0.1639006**	16
LDPIL	3	0.000384060	0.007798758	0.010055336	**0.2160029**	15
	4	0.000013314	0.008252649	0.009826457	**0.2207338**	14
	1	-0.000493465	-0.005066630	0.006753697	**0.6975048**	17
	2	-0.001789620	0.007708536	0.009572009	**0.5593814**	16
LDICOST	3	-0.002141610	0.009948426	0.012462437	**0.5148119**	15
	4	-0.00194763	0.010119193	0.0125634435	**0.4009040**	14
	1	0.000451704	0.006309535	0.006995589	**0.4884610**	17
	2	0.000882064	0.010386362	0.011899948	**0.4382962**	16
LDIMM	3	0.001409756	0.011333182	0.013200326	**0.3364690**	15
	4	0.001930330	0.011108367	0.013596940	**0.2646336**	14
	1	-0.000670495	0.002577446	0.003222968	**0.2436167**	17
	2	-0.001521060	0.005484022	0.006110373	**0.2309147**	16
LDBNDS	3	-0.003363606	0.006162480	0.007928703	**0.1999311**	15
	4	-0.004201791	0.007152537	0.009695247	**0.1823182**	14
	1	-0.000398578	0.002902656	0.003474923	**0.3077973**	17
	2	-0.000469705	0.005436617	0.006474170	**0.2923678**	16
LDBDSD	3	0.000033636	0.007105230	0.008653713	**0.2633074**	15
	4	0.001186055	0.007979562	0.009925306	**0.2279044**	14
	1	0.001443320	0.009857081	0.014860323	**0.4557188**	17
	2	0.003375231	0.053522307	0.021128534	**0.3852892**	16
LDIMP	3	0.006258126	0.019731068	0.025484427	**0.3472854**	15
	4	0.006914218	0.022522321	0.027046908	**0.3009845**	14
	1	0.002976208	0.008909743	0.010699589	**0.4315869**	17
	2	0.006689233	0.015007145	0.018178790	**0.3986161**	16
LDESP	3	0.010707709	0.019641072	0.025568011	**0.3927532**	15
	4	0.013400703	0.023199194	0.029303586	**0.3642951**	14
	1	0.000162448	0.002334851	0.002758034	**0.2426115**	17
	2	-0.000237829	0.003137645	0.004054746	**0.1820519**	16
LQITCPWORKF	3	-0.000281783	0.004281019	0.005214469	**0.1549981**	15
	4	0.000213853	0.004348716	0.005314372	**0.1188529**	14

Tabella 4.2. Valori previsti e reali dei tassi di variazione (trimestre su trimestre corrispondente anno precedente) e dei logaritmi: modello trimestrale sui deflatori.

		Tassi di variazione		Logaritmi	
Equazione	**Osservazione**	**Valori previsti**	**Valori reali**	**Valori previsti**	**Valori reali**
	95:03	5.353	5.476	4.852	4.853
	95:04	6.108	6.093	4.903	4.902
LDPIL	96:01	5.733	6.081	4.864	4.867
	96:02	4.646	4.912	4.877	4.879
	95:03	3.414	3.498	4.835	4.836
	95:04	3.478	3.633	4.835	4.837
LDICOST	96:01	2.123	1.807	4.839	4.836
	96:02	0.520	0.559	4.837	4.838
	95:03	8.207	6.907	4.821	4.809
	95:04	8.618	7.066	4.834	4.820
LDIMM	96:01	7.319	6.073	4.852	4.840
	96:02	6.236	5.346	4.856	4.847
	95:03	6.654	6.612	4.912	4.911
	95:04	6.737	6.390	4.924	4.921
LDBNDS	96:01	6.519	6.209	4.939	4.937
	96:02	5.334	5.040	4.949	4.947
	95:03	4.828	5.293	4.816	4.821
	95:04	4.706	5.469	4.826	4.833
LDBDSD	96:01	4.132	5.023	4.838	4.846
	96:02	3.009	3.890	4.843	4.851
	95:03	12.400	12.633	4.884	4.886
	95:04	10.193	10.300	4.895	4.896
LDIMP	96:01	4.640	4.466	4.900	4.898
	96:02	-0.593	-0.775	4.896	4.894
	95:03	12.245	11.465	4.878	4.871
	95:04	13.443	12.942	4.906	4.902
LDESP	96:01	11.002	11.039	4.920	4.920
	96:02	6.061	5.655	4.908	4.903
	95:03	5.518	5.738	4.609	4.611
	95:04	5.864	5.852	4.624	4.624
LQITCPWORKF	96:01	5.629	4.999	4.637	4.631
	96:02	4.391	4.239	4.645	4.643
	95:03			18865	19683
	95:04			18233	19942
Saldo Bilancia SEC*	96:01			15629	16164
	96:02			20421	18747

* In migliaia di miliardi

APPENDICE A1

<u>Modello mensile monetario</u>
n(variabili endogene) = 11
m (variabili esogene) = 5
k (numero dei ritardi)= 6

VARIABILI ENDOGENE
RBOT3L = tasso lordo composto di aggiudicazione dei BOT a 3 mesi, media mensile ponderata.
BTPRIL = rendimento rilevante BTP decennali.
RIBOR1M = tasso interbancario a 1 mese sul mercato di Roma.
LCPI = indice dei prezzi al consumo italiani espressi in logaritmi.
LPINGR = indice dei prezzi all'ingrosso espressi in logaritmi.
LPPROD = indice dei prezzi alla produzione espressi in logaritmi.
LPIMP = indice dei prezzi alle importazioni espressi in logaritmi.
LPEXP = indice dei prezzi alle esportazioni espressi in logaritmi.
PMG90 = produzione media giornaliera con base 1990 = 100, dato corrente su media gen-ago.
LCLUPI = costo del lavoro per unità di prodotto, espresso in logaritmi.
LTENDORD = tendenze a tre/quattro mesi sugli ordinativi del totale dell' industria, dati destagionalizzati. Espresse in logaritmi.

VARIABILI ESOGENE
LDOLLARO = cambio Lira/ Dollaro, espresso in logaritmi.
LMARCO = cambio Lira/Marco, espresso in logaritmi.
LCONFIND = indice dei prezzi delle materie prime importate, espresso in logaritmi.
INFLAZ1 = tasso di inflazione tendenziale ritardato.
DELTATUS1 = variazione sul periodo precedente del tasso ufficiale di sconto.

NUCLEO DETERMINISTICO
COSTANTE
11 DUMMIES STAGIONALI
2 DUMMIES A CAMBIAMENTO DI REGIME
DUMMIES PUNTUALI

APPENDICE A2

<u>Modello trimestrale contabilità nazionale</u>
n(variabili endogene) = 7
m(variabili esogene) = 14
k(ordine dei ritardi) = 3

VARIABILI ENDOGENE
LPILKG = PIL a prezzi costanti, dati grezzi, logaritmi.
LICOSTKG = investimenti in costruzioni, prezzi costanti, dati grezzi, logaritmi.
LIMMKG = investimenti in macchinari , attrezzature, mezzi di trasporto, prezzi costanti, dati. grezzi, logaritmi.
LBNDSKG = spesa per consumi in beni non durevoli e servizi, prezzi costanti, dati grezzi, logaritmi.
LBDSDKG = spesa per consumi in beni durevoli e semi-durevoli, prezzi costanti, dati grezzi, logaritmi.
LIMPKG = importazioni, prezzi costanti, dati grezzi, logaritmi.
LESPKG = esportazioni, prezzi costanti, dati grezzi, logaritmi.

VARIABILI ESOGENE
QINFL = tasso di inflazione tendenziale, trimestrale.
QINFL1 = tasso di inflazione tendenziale ritardato, trimestrale.
LQDM = cambio Lira/Marco trimestrale, espresso in logaritmi.
LQDOLL = cambio Lira/Dollaro trimestrale, epresso in logaritmi.
LPROCSE = indice di produzione industriale dei paesi OCSE, espresso in logaritmi.
LQRATIO = ragioni di scambio (prezzi all'import/prezzi all'export) trimestrali, espresse in logaritmi.
CAPUTI = capacità di utilizzo degli impianti nell'industria.
LENTKG = entrate del settore statale, espresse in logaritmi.
LENTKG1 = entrate del settore statale ritardate, espresse in logaritmi.
LUSCNKG = uscite del settore statale al netto della spesa per interessi, logaritmi.
LINTKG = spesa per interessi del settore statale, logaritmi.
LGDPUSA= Pil USA, espresso in logaritmi
LGDPGER= Pil tedesco, espresso in logaritmi
TENDORD=tendenze a 3/4 mesi degli ordinativi dell'industria.

NUCLEO DETERMINISTICO
COSTANTE
3 DUMMIES STAGIONALI
DUMMIES PUNTUALI

APPENDICE A3

Modello trimestrale deflatori
n(variabili endogene) = 8
m(variabili esogene) = 8
k(ordine dei ritardi) = 3

VARIABILI ENDOGENE
LDPIL = deflatore del PIL, logaritmi.
LDICOST = deflatore investimenti in costruzioni, logaritmi.
LDIMM = deflatore investimenti in macchinari, attrezzature e mezzi di trasporto, logaritmi.
LDBNDS = deflatore spesa per consumi in beni non durevoli e servizi, logaritmi.
LDBDSD = deflatore spesa per consumi in beni durevoli e semi-durevoli, logaritmi.
LDIMP = deflatore importazioni, logaritmi.
LDESP = deflatore esportazioni, logaritmi.
LQITCPWORKF = deflatore prezzi al consumo trimestrali, logaritmi.

VARIABILI ESOGENE
LQDOLL = cambio Lira/Dollaro, logaritmi.
LQDM = cambio Lira/Marco, logaritmi.
LCLUPI = costo del lavoro per unità di prodotto, ottenuto come rapporto tra redditi da lavoro
dipendente e valore aggiunto, logaritmi.
LCLUPI1 = costo del lavoro per unità di prodotto ritardato.
QINFL = tasso di inflazione tendenziale.
TENDORD=tendenze a 3/4 mesi degli ordinativi dell'industria.
LPPROD = indice dei prezzi alla produzione espressi in logaritmi.
LCONFIND = indice dei prezzi delle materie prime importate, espresso in logaritmi.

NUCLEO DETERMINISTICO
COSTANTE
3 DUMMIES STAGIONALI
DUMMIES PUNTUALI

APPENDICE B

<u>Modello mensile monetario</u>
Variabili e fonti

BTPRIL - Banca d'Italia
DELTATUS1 - Banca d'Italia
INFLAZ1 - da ITCPWORKF Datastream
LCLUPI - ISTAT
LCONFIND - Confindustria
LCPI - Datastream
LDOLLARO - Datastream
LMARCO - Datastream
LPEXP - Datastream
LPIMP - Datastrem
LPINGR - Datastream
LPPROD - Datastream
LTENDORD - ISCO
PMG90 - ISTAT
RBOT3L - Banca d'Italia
RIBOR1M - COMIT

<u>Modello trimestrale contabilità nazionale</u>
Variabili e fonti

CAPUTI - ISTAT
LBDSDKG - ISTAT
LBNDSKG - ISTAT
LENTKG - Relazione Trimestrale di Cassa - Banca d'Italia
LESPKG - ISTAT
LICOSTKG - ISTAT
LIMMKG - ISTAT
LIMPKG - ISTAT
LINTKG - Modello deterministico estrapolativo a cura di Andrea Brasili
LPILKG - ISTAT
LGDPUSA - Datastream
LGDPGER - Datastream
LPROCSE - Main economic indicators
LQDM - Datastream
LQDOLL - Datastream
LQRATIO - Datastream
LUSCNKG - Relazione Trimestrale di Cassa - Banca d'Italia
QINFL - Datastream
TENDORD - ISCO

Modello trimestrali deflatori
Variabili e fonti

LCLUPI - ISTAT
LCONFIND - Confindustria
LDBDSD - ISTAT
LDBNDS - ISTAT
LDESP - ISTAT
LDICOST - ISTAT
LDIMM - ISTAT
LDIMP - ISTAT
LDPIL - ISTAT
LPPROD - Datastream
LQDM - Datastream
LQDOLL - Datastream
LQITCPWORKF - Datastream
QINFL - Datastream
TENDORD - ISCO

Bibliografia

Amisano, G. and M. Serati (1996): "Forecasting cointegrated series with BVAR models", working paper.

Blattberg, R. and T. Sargent (1971): "Regression with nonstable Gaussian disturbances : some sampling results", *Econometrica*, 39, 501-510.

Canova, F. (1993): "Modelling and forecasting exchange rates with a Bayesian time-varying coefficient model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 17, 233-261

Clark, P. (1973): "A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices", *Econometrica*, 41, 136-156

Clements, M.P. and D.F. Hendry (1993): "On the limitations of comparing mean square forecast errors", *Journal of forecasting*, 12, 617-637.

Clements, M.P.and G.E. Mizon (1991): "Empirical analysis of macroeconomic time series : VAR and structural models", *European Economic Review*, 35, 887-932.

Cooley, T.F. (1984): Comment to : Doan, T., R.B. Litterman and C. Sims , *Econometric Reviews*, 3, 1-100

Doan, T., R.B. Litterman and C.Sims (1984): "Forecasting and conditional projections using realistic prior distributions", *Econometric Reviews*, 3, 1-100.

Doan, T. (1992): "*RATS: User's manual. Version 4*".

Engle, R.F. and B.S. Yoo (1987): "Forecasting and testing in co-integrated systems", *Journal of Econometrics*, 35, 143-159.

Geweke, J., (1989): Bayesian inference in econometric models using Monte Carlo Integration, *Econometrica*, 57, 6, 1317-1339.

Hamilton, J. (1989): "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycles", *Econometrica*, 57, 357-384.

Hamilton, J. (1994): "*Time Series Analysis*", Princeton University Press, Princeton, NJ.

Ingram, B.F. and C.H. Witheman (1994): "Supplanting the 'Minnesota' prior : forecasting macroeconomic time series using real business cycle model priors", *Journal of Monetary Economics*, 34, 497-510.

Kadiyala, K.R., and S. Karlsson (1997): "Numerical methods for estimation and inference in Bayesian VAR models, *Journal of Applied Econometrics*, forthcoming

Litterman, R.B. (1979): A Bayesian procedure for forecasting with vector autoregressions", *Working paper*, Massachusetts Institute of Technology.

Litterman, R.B. (1986): "Forecasting with Bayesian vector autoregression - four years of experience", *Journal of Business and Economic Statistics* 4, 25-38.

Lutkepohl, H (1991): "*Introduction to multiple time series analysis*", Springer Verlag, New York

Malinvaud, E. (1994): Comment to : Doan, T., R.B. Litterman and C. Sims , *Econometric Reviews*, 3, 1-100.

Sims, C.A. (1980): "Macroeconomics and reality", *Econometrica*, 48, 1-48

Sims, C.A. (1989): "A nine variable probabilistic macroeconomic forecasting model", *Federal reserve bank of Minneapolis Discussion paper* no.14 (Institute for Empirical Macroeconomics, Federal reserve bank of Minneapolis, Minneapolis).

Theil, H. and A.S. Goldberger (1961): "On pure and mixed statistical estimation in economics", *International Economic Review*, 2, 65-78.

ELENCO DEI PIÙ RECENTI "TEMI DI DISCUSSIONE" (*)

n. 278 — *Real Interest Rates, Sovereign Risk and Optimal Debt Management*, di F. DRUDI e R. GIORDANO (settembre 1996).

n. 279 — *La riscoperta del debito e delle banche: progressi e questioni irrisolte*, di R. DE BONIS (ottobre 1996).

n. 280 — *Why Banks Have a Future: An Economic Rationale*, di R. G. RAJAN (ottobre 1996).

n. 281 — *Coordination and Correlation in Markov Rational Belief Equilibria*, di M. KURZ e M. SCHNEIDER (ottobre 1996).

n. 282 — *The Equity Premium Is No Puzzle*, di M. KURZ e A. BELTRATTI (ottobre 1996).

n. 283 — *Relazioni fra prezzi a pronti e* futures *sui BTP decennali: un'analisi su dati infragiornalieri*, di I. ANGELONI, F. DRUDI e G. MAJNONI (ottobre 1996).

n. 284 — *Background Uncertainty and the Demand for Insurance against Insurable Risks*, di L. GUISO e T. JAPPELLI (ottobre 1996).

n. 285 — *Micro Enterprise and Macro Policy*, di R. TOWNSEND (ottobre 1996).

n. 286 — *L'utilizzo di microdati d'impresa per l'analisi economica: alcune indicazioni metodologiche alla luce delle esperienze in Banca d'Italia*, di L. CANNARI, G. PELLEGRINI e P. SESTITO (novembre 1996).

n. 287 — *Il comportamento strategico degli specialisti in titoli di Stato*, di M. ORDINE e A. SCALIA (novembre 1996).

n. 288 — *Intermediazione finanziaria, condivisione dell'informazione e incentivi al* monitoring, di P. E. MISTRULLI (novembre 1996).

n. 289 — *Investment and Demand Uncertainty*, di L. GUISO e G. PARIGI (novembre 1996).

n. 290 — *Where Do Migrants Go? Risk-Aversion, Mobility Costs and the Locational Choice of Migrants*, di F. DAVERI e R. FAINI (dicembre 1996).

n. 291 — *Gli effetti del bilancio pubblico sull'attività economica nel breve periodo: una valutazione con il modello econometrico trimestrale della Banca d'Italia*, di S. MOMIGLIANO e S. SIVIERO (dicembre 1996).

n. 292 — *Wage Indexation Bargaining and Inflation*, di F. DRUDI e R. GIORDANO (dicembre 1996).

n. 293 — *Le determinanti del tasso di interesse sui crediti alle imprese*, di C. D'AURIA e A. FOGLIA (gennaio 1997).

n. 294 — *La povertà tra i minorenni in Italia: dimensioni, caratteristiche, politiche*, di L. CANNARI e D. FRANCO (febbraio 1997).

n. 295 — *Misurazione e previsione degli investimenti con il "metodo della disponibilità": analisi ed evidenze*, di F. NUCCI (febbraio 1997).

n. 296 — *Gli effetti della liberalizzazione valutaria sulle transazioni finanziarie dell'Italia con l'estero*, di A. F. POZZOLO (febbraio 1997).

n. 297 — *The Italian Recession of 1993: Aggregate Implications of Microeconomic Evidence*, di R. MINIACI e G. WEBER (febbraio 1997).

n. 298 — *More Equal but Less Mobile? Education Financing and Intergenerational Mobility in Italy and in the US*, di A. RUSTICHINI, A. ICHINO e D. CHECCHI (febbraio 1997).

n. 299 — *Excessive Activism or Passivism of Monetary Policy?*, di W. LETTERIE e F. LIPPI (marzo 1997).

n. 300 — *Variabilità dei tassi d'interesse e contenuto informativo delle opzioni*, di F. FORNARI e C. MONTICELLI (marzo 1997).

n. 301 — *Comportamento strategico sul mercato primario e secondario dei titoli di Stato: il ruolo dell'informazione asimmetrica*, di F. DRUDI e M. MASSA (marzo 1997).

(*) I "Temi" possono essere richiesti a:
Banca d'Italia – Servizio Studi – Divisione Biblioteca e pubblicazioni – Via Nazionale, 91 – 00184 Roma (fax 06 47922059).