

**BANCA D'ITALIA**

**Temi di discussione**

del Servizio Studi

**Test di integrazione e analisi di cointegrazione:  
una rassegna della letteratura e un'applicazione**

di G. Bodo, G. Parigi e G. Urga



**Numero 139 - Luglio 1990**



**BANCA D'ITALIA**

# **Temi di discussione**

**del Servizio Studi**

**Test di integrazione e analisi di cointegrazione:  
una rassegna della letteratura e un'applicazione**

**di G. Bodo, G. Parigi e G. Urga**

**Numero 139 - Luglio 1990**

*La serie «Temi di discussione» intende promuovere la circolazione, in versione provvisoria, di lavori prodotti all'interno della Banca d'Italia o presentati da economisti esterni nel corso di seminari presso l'Istituto, al fine di suscitare commenti critici e suggerimenti.*

*I lavori pubblicati nella serie riflettono esclusivamente le opinioni degli autori e non impegnano la responsabilità dell'Istituto.*

COMITATO DI REDAZIONE: *FRANCESCO M. FRASCA, CURZIO GIANNINI, LUIGI GUISO, DANIELE TERLIZZESE; RITA CAMPOREALE (segretaria).*

## Sommario

Il lavoro esamina le problematiche dell'analisi di cointegrazione fra serie storiche. La prima parte descrive alcune procedure statistiche per la determinazione dell'ordine di integrazione delle singole serie. Successivamente viene illustrato il concetto di cointegrazione fra due o più serie facendo particolare riferimento alle metodologie proposte da Engle e Granger e da Johansen. Dopo aver accennato ai problemi derivanti dalla presenza di stagionalità e cambiamenti strutturali nei dati, le principali caratteristiche delle tecniche di cointegrazione sono messe in evidenza mediante l'applicazione a due equazioni del modello econometrico della Banca d'Italia. La scelta delle due equazioni, specificate con un meccanismo di correzione dell'errore, consente di confrontare i risultati delle analisi di cointegrazione con le più tradizionali metodologie di stima. Alcune indicazioni per l'applicazione empirica delle tecniche presentate sono contenute nelle conclusioni.

## Indice

1. Introduzione
2. L'origine del problema
3. Stazionarietà e ordine di integrazione
4. Analisi della cointegrazione
5. Il problema della stagionalità
6. Alcune applicazioni
7. Conclusioni

Appendice: Test di integrazione stagionale

Bibliografia



## 1. Introduzione<sup>1</sup>

Recentemente ha assunto sempre maggiore rilievo nella letteratura econometrica, teorica e applicata, l'analisi della cointegrazione fra serie storiche. A partire dai primi lavori sulla verifica dell'ipotesi di radici unitarie nelle serie storiche di Fuller della metà degli anni settanta, e dalle prime analisi di Granger direttamente sulla cointegrazione del 1983, vi è stato un succedersi di nuove ricerche, risultati e analisi. Il numero di articoli pubblicati è cresciuto in modo molto rilevante. Al di là dell'aspetto di moda, secondo cui l'attenzione dei ricercatori tende a focalizzarsi in maniera preponderante su alcuni specifici problemi, l'importanza e le conseguenze degli studi fin qui svolti e di quelli che in prospettiva si annunciano, caratterizzano l'analisi della cointegrazione come uno degli sviluppi più interessanti dell'econometria negli ultimi anni. La grande quantità di lavori disponibili, il considerevole numero di test econometrici proposti per la verifica sia dell'ordine di integrazione delle singole serie, sia dell'ipotesi di cointegrazione tra serie diverse, rischia però di disorientare i ricercatori che, pur interessati, non hanno seguito il rapido sviluppo della letteratura. Sembra, perciò, utile in questo momento proporre una riflessione sul materiale accumulato che, pur senza avere la pretesa dell'origina-

---

1. Desideriamo ringraziare C. Favero, A. Gavosto, P. Sestito e S. Siviero per gli utili commenti; C. Giannini per i preziosi suggerimenti e due anonimi referees per il paziente e attento lavoro di revisione. Naturalmente, gli autori restano i soli responsabili degli eventuali errori presenti nel lavoro.

Sebbene lo studio sia frutto di una ricerca congiunta i paragrafi 2 e 4 sono attribuibili a G. Bodo, i paragrafi 1, 5, 6 e l'appendice a G. Urga, i paragrafi 3 e 7 a G. Parigi, che ha anche predisposto i programmi e le procedure di calcolo.

lità o dell'esaustività<sup>2</sup>, possa aiutare a chiarire i termini delle problematiche esaminate, le caratteristiche delle procedure proposte e, soprattutto, le implicazioni che derivano dalla cointegrazione per l'analisi dei dati empirici e la stima di relazioni econometriche.

Non mancano altri lavori che tentano di dare una sistematica presentazione degli sviluppi della cointegrazione: ricordiamo, seguendo un ordine cronologico, il numero speciale dell'Oxford Bulletin of Economics and Statistics (1986), Dolado-Jenkinson (1987), il numero speciale del Journal of Economic Dynamics and Control (1988), Giannini-Mosconi (1989), Giannini (1989a), Clements (1989c), Psaradakis (1989). Questa ricerca si distingue per il tentativo di collocare la cointegrazione all'interno del processo di sviluppo delle metodologie econometriche degli ultimi anni e di fornire una rassegna delle varie tecniche disponibili.

L'organizzazione del lavoro è la seguente: nel secondo paragrafo si presenta un breve excursus sull'evoluzione dei problemi della cointegrazione e sulle motivazioni che ne sono all'origine. Nel terzo paragrafo vengono presentati in dettaglio i vari test econometrici proposti per verificare l'ipotesi della presenza di radici unitarie nelle serie storiche, passo preliminare della verifica dell'ordine di integrazione. Segue quindi la definizione di cointegrazione, inizialmente ristretta a due variabili e successivamente estesa a più variabili. Si presentano in questo ambito i diversi approcci al problema finora emersi in letteratura: la regressione statica di Granger ed Engle, il meccanismo di correzione dell'errore (ECM) e l'approccio di massima verosimiglianza di Johansen. In questa sezione vengono messe in luce le proprietà dei diversi stimatori e le ipotesi implicite nell'analisi; vengono inoltre presentati i vari test di cointegrazione con alcune considerazioni sui loro limiti di applicabilità. Nel paragrafo 5 si accenna al problema della stagionalità nelle serie storiche con

---

2. Per aiutare il lettore la bibliografia è comunque estesa in maniera da comprendere il più possibile i vari contributi sull'argomento.

riguardo all'ordine di integrazione e alla possibile presenza di cointegrazione. Nel sesto paragrafo si procede all'applicazione delle metodologie presentate su un insieme di relazioni economiche. Questo consente di illustrare le caratteristiche delle metodologie e di mettere in evidenza la loro validità e i loro limiti. Seguono le conclusioni con una sintesi dei problemi relativi all'applicazione dell'analisi della cointegrazione. Infine, nell'Appendice vengono presentati in maniera molto sintetica alcuni test di integrazione stagionale.

## 2. L'origine del problema

A partire dall'inizio degli anni settanta si diffonde sempre più nel mondo della ricerca applicata una critica verso l'utilizzo delle tecniche econometriche per la stima di relazioni empiriche. La fine del periodo di crescita continua e regolare del secondo dopoguerra, l'inizio di una fase di violente fluttuazioni cicliche, l'instabilità economica determinata dallo shock petrolifero e dal crollo del regime dei cambi fissi, rendono obsolete gran parte delle relazioni stimate fino all'inizio degli anni settanta. Tale insuccesso coinvolge principalmente i modelli econometrici<sup>3</sup>, ma essendo questi formati da un insieme di stime uniequazionali, anche la stabilità e l'affidabilità di singole relazioni vengono ora messe in dubbio. Si creano così i presupposti per un profondo ripensamento sulle tecniche econometriche fino a quel momento utilizzate. Da un lato si propone un approccio, sistematizzato da Box e Jenkins (1970), che si caratterizza essenzialmente per l'analisi delle proprietà statistiche delle serie storiche temporali. Dall'altro, inizia a diffondersi, sotto l'influsso di Durbin e Sargan e di una serie di generazioni di giovani econometrici della London School of Economics<sup>4</sup>, una crescente attenzione all'applica-

---

3. In particolare vedi le critiche di Lucas (1976).

4. Vedi Gilbert (1989).

zione di test statistici per la verifica delle ipotesi di base del modello classico di regressione. Nel caso dell'ipotesi di indipendenza seriale tra i residui vengono rapidamente sviluppate nuove procedure di test non più solo per il primo ordine e per il caso statico, ma anche per ordini più elevati e con riferimento a modelli dinamici. Parallelamente si propongono anche nuovi test sulla verifica delle proprietà di omoschedasticità e di stabilità strutturale; più in generale, le diverse ipotesi di restrizioni implicite o esplicite nell'analisi empirica vengono ora sottoposte a un attento esame<sup>5</sup>. Maggiore enfasi è attribuita alla specificazione della struttura dinamica delle relazioni econometriche<sup>6</sup>. Inoltre i rischi derivanti dalla possibilità di regressioni spurie, come dimostrato da Granger e Newbold (1974) e molti anni prima già da Yule (1926), vengono considerati con più attenzione.

L'articolo di Hendry e Mizon (1978), in cui si considera la correlazione seriale "as a convenient simplification, not a nuisance" è un punto di svolta che prepara la proposta di modellistica econometrica, nota come Error Correction Mechanism (ECM), presentato in Davidson-Hendry-Srba-Yeo (1978). La proposta consiste nel rendere dinamica la relazione strutturale e supporre un processo di aggiustamento delle variabili ai valori di equilibrio. Si postula così una teoria di lungo periodo che può essere considerata come un "polo di attrazione" delle variabili di interesse; questa teoria, però, deve essere completata da una specificazione di breve periodo in grado di spiegare il comportamento effettivo

---

5. Sembrano così definitivamente oltrepassati i criteri adottati per valutare la validità di un modello, che avevano caratterizzato gran parte delle analisi degli anni sessanta. Questi criteri erano un misto di indicatori provenienti dalla teoria economica e da quella statistica. Gli indicatori suggeriti dalla prima erano essenzialmente il segno e la grandezza dei parametri stimati, mentre i criteri statistici consistevano fondamentalmente nell'ottenere valori elevati per il coefficiente di determinazione e per i t statistici (si veda Spanos (1989)).

6. Rimandiamo a Gilbert (1989) e al numero speciale dell'Oxford Economic Papers (1989) per una più esauriente esposizione del contesto, qui solo accennato, che prepara l'introduzione del concetto di ECM.

del dato.

Nel frattempo, il filone di ricerca iniziato con i modelli ARIMA (autoregressive integrated moving average) continua a espandersi con l'introduzione di modelli a funzioni di trasferimento tra due o più variabili e con l'impiego dei modelli VAR (vector autoregression). L'approccio econometrico e quello dell'analisi delle serie temporali sembrano quindi destinati a procedere e svilupparsi autonomamente. L'introduzione del concetto di cointegrazione rende invece possibile congiungere questi due filoni di ricerca, recuperando molti dei concetti già utilizzati nell'analisi delle serie storiche, come, per esempio, quello di stazionarietà e di ordine di integrazione, e al tempo stesso enfatizzando l'importanza e l'utilità di stime econometriche strutturali di relazioni derivate dalla teoria economica.

L'analisi della cointegrazione riprende l'idea di "polo di attrazione" secondo cui due o più variabili possono muoversi insieme nel tempo, ovvero presentare una stessa tendenza secolare. Questa teoria però non rivaluta "la classe dei modelli statici": il vettore di cointegrazione, riferendosi a relazioni di lungo periodo, è una rappresentazione statica che, tuttavia, necessita di una coerente specificazione delle fluttuazioni di breve periodo.

Questo è il contesto storico che ha preceduto e in un certo senso preparato lo sviluppo dell'analisi della cointegrazione. Prima però di affrontare questa problematica è necessario considerare in dettaglio la proprietà di stazionarietà delle serie storiche e le procedure impiegate per verificarne la presenza.

### 3. Stazionarietà e ordine di integrazione di una variabile

Una serie storica  $Y_t$  può essere pensata come la realizzazione di un processo stocastico; ad esempio, uno dei casi più comuni è ipotizzare che la serie sia determinata da un modello ARIMA (p,d,q) del tipo:

$$(3.1) \phi(L)\Delta^d Y_t = \theta(L)e_t + \mu$$

dove  $\phi$  e  $\theta$  sono dei polinomi di ordine  $p$  e  $q$  rispettivamente,  $e_t$  si suppone distribuito normalmente con media zero e varianza costante;  $L$  è l'operatore ritardo. La serie  $Y_t$  è stazionaria in media dopo l'applicazione  $d$  volte dell'operatore differenza ( $\Delta$ ). In maniera euristica dopo  $d$  differenziazioni la serie in questione non presenta più alcuna tendenza della media a crescere o diminuire nel corso del tempo. Se è necessario applicare  $d$  volte l'operatore differenza per rendere stazionaria la serie, questa si dice integrata di ordine  $d$ , ovvero  $I(d)$ . Naturalmente si assume che  $d$  sia un numero intero, anche se alcune analisi sono state compiute senza questa ipotesi restrittiva (si veda Diebold e Nerlove (1988) e Granger-Joyeux (1980) per la parte relativa a valori frazionari di  $d$ ). La determinazione dell'ordine di integrazione è un aspetto fondamentale del processo di costruzione di un modello ARIMA e costituisce una parte importante anche dell'analisi di cointegrazione. L'ordine di integrazione permette infatti di stabilire se la serie storica considerata presenta o meno un trend e quindi contribuisce a determinare la congruenza di ogni modello che colleghi tra loro due variabili. E' evidente che da un punto di vista statistico-econometrico non ha alcun senso stimare una relazione tra due variabili con diverso ordine di integrazione.

L'utilizzo congiunto di variabili stazionarie e non in analisi di regressione multivariate può comportare seri problemi, soprattutto da un punto di vista inferenziale. Come Phillips e Durlauf (1986) dimostrano, le stime OLS dei coefficienti relativi a variabili  $I(1)$  sono consistenti e convergenti a un tasso più elevato che per le variabili  $I(0)$  ( $T$  invece che  $T^{1/2}$ ). La distribuzione di questi stimatori, tuttavia, è non standard e ciò impedisce di applicare le comuni tecniche di analisi inferenziali di tipo classico (test  $F$  e  $t$ , per esempio). E' perciò chiaro che se dal punto di vista della stima la non stazionarietà può anche non presentare aspetti particolarmente negativi, è nell'ambito della

verifica delle ipotesi che occorre agire con cautela<sup>7</sup>. Alla luce di questi risultati appare evidente la necessità di disporre di adeguati strumenti per la verifica della presenza di radici unitarie. Nell'analisi tradizionale delle serie storiche tali procedure si basano sull'uso di alcuni strumenti quali il correlogramma parziale e totale della serie. Il correlogramma viene ripetutamente calcolato per diversi ordini di differenziazione della variabile esaminata (0,1, ... d): nel caso di variabili stazionarie il correlogramma declina abbastanza velocemente, mentre ciò non si verifica nel caso di serie non stazionarie. Tale approccio ha senz'altro il pregio della semplicità di calcolo e di applicazione, ma presenta lo svantaggio di essere in certa misura discrezionale. Nessun test statistico è compiuto sull'ipotesi dell'ordine di integrazione, anche se spesso ci si riferisce ai valori del test di Durbin e Watson e della varianza della serie nelle diverse differenziazioni. E' quindi necessario affiancare all'analisi basata sul correlogramma anche l'utilizzo di alcuni test statistici che permettano, appunto, di verificare la condizione di stazionarietà, pur con i limiti che saranno successivamente messi in evidenza. L'insieme dei test che è stato proposto in letteratura è molto ampio poiché copre un gran numero di possibilità; anche se in molti casi l'ipotesi nulla è la stessa, diverse sono le ipotesi alternative. Per comodità di esposizione considereremo separatamente due gruppi di test, il primo dovuto a Sargan e Bhargava, il secondo a Dickey, Fuller e Said<sup>8</sup>.

---

7. Questo argomento è trattato in modo esauriente in Sims, Stock e Watson (1988). West (1988a) affronta il caso in cui pur in presenza di variabili  $I(1)$  e  $I(0)$  sia possibile applicare le convenzionali tecniche di analisi inferenziale; infine Giannini (1989 a) presenta una esposizione molto chiara del problema e contiene vari riferimenti bibliografici in materia.

8. L'insieme dei test qui considerati non è però esaustivo; mancano, ad esempio, i test basati sui valori della varianza della serie a diversi ritardi temporali (vedi Cochrane (1988)); si veda anche l'accenno fatto successivamente ai test di Perron-Phillips.

### 3.1 Le procedure di Sargan-Bhargava

Sargan-Bhargava (1983a) e Bhargava (1986) partono dall'analisi di alcuni processi di generazione delle serie temporali più semplici del modello ARIMA generale descritto in precedenza. In particolare vengono considerati i seguenti schemi:

$$(3.2) \Delta y_t = e_t \quad (t=2, \dots, T)$$

$$(3.3) \Delta y_t = b + e_t \quad (t=2, \dots, T)$$

dove  $e_t$  è distribuito normalmente con media zero e varianza  $\sigma^2$  e  $b$  è uno scalare. Il caso (3.2) corrisponde a un semplice processo random walk gaussiano; il caso (3.3) è un processo random walk con drift rappresentato da  $b$ . Partendo dai due modelli è possibile derivare due serie di test statistici, basati sul comune Durbin-Watson test, per la verifica dell'ipotesi di radici unitarie, ovvero della condizione di stazionarietà per le serie differenziate una volta. Poiché sono ipotizzati due diversi meccanismi di determinazione della serie  $y_t$ , non è possibile applicare un solo test statistico. Inoltre, diverse sono le procedure a seconda che l'ipotesi alternativa comprenda un processo autoregressivo stabile, quindi con  $|\rho| < 1$ , oppure un valore di  $\rho$  non ristretto, con la possibilità di un processo esplosivo. Abbiamo allora le seguenti ipotesi:

$$(3.4) H_0^a : \Delta y_t = e_t$$

$$(3.5) H_1^a : y_t = \mu + \rho y_{t-1} + e_t \quad \text{con } |\rho| < 1$$

$$(3.6) H_0^b : \Delta y_t = b + e_t$$

$$(3.7) H_1^b : y_t - bt = \mu + \rho[y_{t-1} - b(t-1)] + e_t \quad \text{con } |\rho| < 1.$$

La stessa struttura si ripete per valori di  $\rho$  non ristretti (casi  $H_0^c$ ,  $H_1^c$  e  $H_0^d$ ,  $H_1^d$ ). Come si può notare vi sono quattro differenti i-

potesi nulle a cui corrispondono quattro tipi di test, rispettivamente  $R_1$  e  $R_2$  per i casi a e b,  $N_1$  e  $N_2$  per i casi c e d. Le formule dei quattro test sono:

$$(3.8) \quad R_1 = \frac{\sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T}$$

$$(3.9) \quad R_2 = \left\{ \frac{\sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1})^2 - [1/(T^*)](y_T - y_1)^2}{[1/(T^*)^2] \sum_{t=1}^T [(T^*)y_t - (t-1)y_T - (T-t)y_1 - (T^*)(\bar{y} - .5(y_1 + y_T))]^2} \right\}$$

$$(3.10) \quad N_1 = \frac{\sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T (y_t - y_1)^2}$$

$$(3.11) \quad N_2 = \left\{ \frac{\sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1})^2 - [1/(T^*)](y_T - y_1)^2}{[1/(T^*)^2] \sum_{t=2}^T [(T^*)y_t - (t-1)y_T - (T-t)y_1]^2} \right\}$$

dove  $T^* = T-1$ . Si ricorda che in tutti i casi l'ipotesi nulla da sottoporre a verifica è rappresentata dalla presenza di una radice unitaria; valori significativi dei test, cioè valori elevati dei vari rapporti calcolati secondo le formule evidenziate, portano a rifiutare l'ipotesi di presenza di una radice unitaria in favore delle ipotesi alternative. Le tavole con i valori critici dei test sono contenute in Bhargava (1986, pag. 378).

I valori dei test sono facilmente calcolabili sulla base delle formule presentate e sono, sotto determinate ipotesi (vedi Bhargava, 1986), uniformly most powerful invariant test o locally most powerful invariant test nelle vicinanze di  $\rho=0$  e  $\rho=1$  quando l'ipotesi alternativa è rappresentata da un processo autoregressi-

vo del primo ordine. Se da un lato questo è un vantaggio, dall'altro la procedura di Sargan e Bhargava, come già il test di Durbin e Watson, presenta l'inconveniente della scarsa generabilità di applicazione (si veda Granger, 1986). I test ora illustrati sono, inoltre, caratterizzati dal principale difetto che accomuna le procedure di verifica per l'esistenza di radici unitarie, ovvero la scarsa potenza nel respingere l'ipotesi nulla quando la serie è generata da un processo autoregressivo con un valore di  $\rho$  inferiore ma non lontano dall'unità.

Può essere anche interessante discriminare tra i casi in cui, avendo accettato l'ipotesi nulla, la serie possa ritenersi generata da un processo random walk con e senza drift. A tal fine è possibile calcolare il valore del coefficiente  $b$  e il suo  $t$  statistico secondo le formule seguenti:

$$(3.12) \hat{b} = (y_T - y_1) [1/(T-1)]$$

$$(3.13) t_{\hat{b}} = \hat{b} [(T-1)(T-2)]^{1/2} / \left[ \sum_{t=1}^T (y_t - y_{t-1})^2 - (1/(T-1))(y_T - y_1)^2 \right]^{1/2}$$

Valori significativi del  $t$  statistico (da confrontarsi con la distribuzione normale) indicano la presenza di un termine di drift il cui valore è dato dalla (3.12).

### 3.2 I test di Fuller, Dickey-Fuller e Said-Dickey

Si considerino tre diversi modelli di generazione della serie temporale  $y_t$ :

$$(3.14) y_t = \rho y_{t-1} + e_t$$

$$(3.15) y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + e_t$$

$$(3.16) y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \beta(t-T/2) + e_t \quad \text{con } t = 1, \dots, T$$

Per verificare l'esistenza di una radice unitaria nei tre diversi

casi, il test di Dickey-Fuller presenta la seguente struttura:

Modello	Ipotesi nulla	Ipotesi alternativa	Test
3.14	$\rho = 1$	$\rho \neq 1$	$\tau$
3.15	$\rho = 1$	$\rho \neq 1$	$\tau_{\mu}$
3.16	$\rho = 1$	$\rho \neq 1$	$\tau_{\tau}$

I valori delle statistiche  $\tau$ ,  $\tau_{\mu}$ ,  $\tau_{\tau}$  possono essere facilmente ricavati mediante gli usuali t-statistici relativi al coefficiente di  $y_{t-1}$  in:

$$(3.14a) \Delta y_t = \rho y_{t-1} + e_t$$

$$(3.15a) \Delta y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + e_t$$

$$(3.16a) \Delta y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \beta(t-T/2) + e_t \quad \text{con } t = 1, \dots, T$$

Il motivo che induce a considerare tre diversi modelli per la specificazione di  $y_t$  consiste nella necessità di evitare che possibili effetti di non stazionarietà siano dovuti non alle caratteristiche della serie in esame, bensì alla presenza di trend di tipo deterministico. In questi casi, infatti, la distribuzione dello stimatore dei minimi quadrati (OLS) di  $\rho$  non è indipendente dai parametri  $\alpha$  e/o  $\beta$  ed è necessario considerare esplicitamente le diverse possibilità.

In tutti i casi la distribuzione asintotica dei test, sotto l'ipotesi nulla, è non standard e l'utilizzo della normale come un'approssimazione può determinare l'insorgere di errori (la distribuzione asintotica, derivata da Dickey e Fuller, è fortemente inclinata verso sinistra e risulta da una complessa combinazione di variabili casuali). Fuller (1976, tab. 8.5.2 pag. 373) presenta i percentili della distribuzione ottenuti mediante metodi di simulazione Monte Carlo per diverse ampiezze campionarie<sup>9</sup>.

---

9. Ulteriori simulazioni della distribuzione di Dickey-Fuller si possono rinvenire in Evans e Savin (1981, 1984) e in Guilkey-Schmidt (1989).

Dickey-Fuller (1981) forniscono una trattazione del problema della verifica di ipotesi di radici unitarie più completa e sistematica. In particolare, facendo riferimento ai modelli (3.14-3.16), essi propongono una serie di test relativi al rapporto delle verosimiglianze per verificare congiuntamente ipotesi riguardanti  $\rho$  e  $\alpha$  in (3.15) e  $\rho, \alpha, \beta$  in (3.16). I test presentati possono essere ricondotti a statistiche t ed F con una distribuzione però diversa da quella usuale (si ricorda che viene sempre fatta l'ipotesi che  $e_t$  sia distribuito normalmente con media zero e varianza  $\sigma^2$ ). Vi sono tre tipi di test F generati nell'ipotesi di diverse restrizioni dei coefficienti secondo la consueta formula:

$$(3.17) \phi_j = [SSE(R) - SSE(U)] / SSE(U) * (T - K) / Q$$

dove SSE è la somma dei quadrati dei residui nelle regressioni ristrette (R) e non ristrette (U), T è il numero totale delle osservazioni, K il numero di parametri stimati nell'equazione non ristretta e Q il numero di restrizioni imposte. Si ha allora:

Ipotesi nulla	Ipotesi alternativa
$\phi_2 : \alpha = \beta = 0 \text{ e } \rho = 1$	modello (3.16)
$\phi_3 : \beta = 0 \text{ e } \rho = 1$	modello (3.16)
$\phi_1 : \alpha = 0 \text{ e } \rho = 1$	modello (3.15)

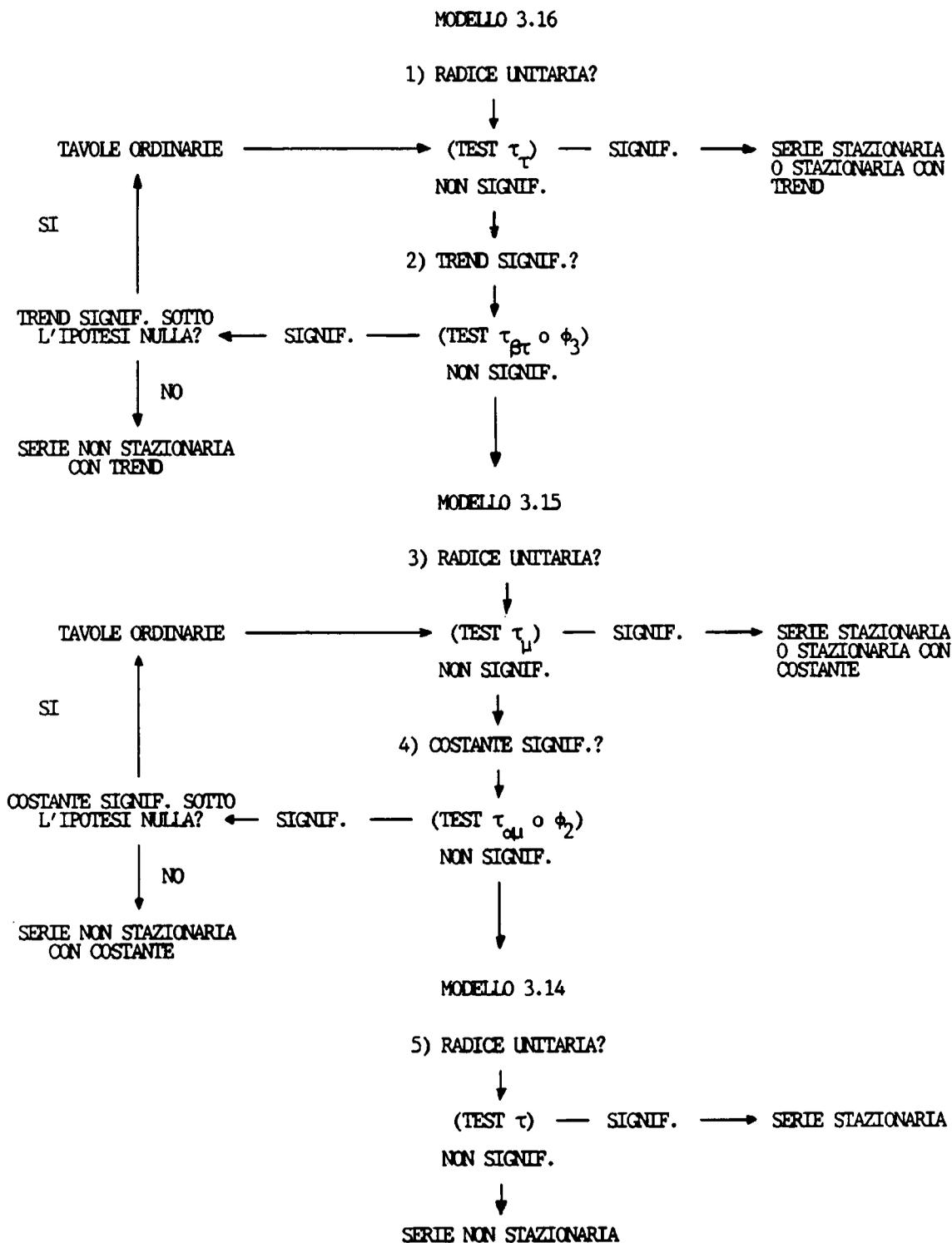
In aggiunta viene anche proposta una serie di tre "t-test" dei coefficienti nelle regressioni sotto l'ipotesi che  $\rho = 1$ :  $\tau_{\alpha\mu}$  per  $\hat{\alpha}$  in (3.15);  $\tau_{\alpha\tau}$  e  $\tau_{\beta\tau}$  per  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$  in (3.16). Anche per l'insieme dei 6 test suggeriti da Dickey-Fuller - nel caso in cui l'ipotesi nulla è accettata - i valori critici sono stati ottenuti per simulazione (v. Dickey-Fuller, pagg. 1062-63 e Haldrup-Hylleberg (1989)).

Per quanto concerne la potenza delle varie statistiche illustrate in precedenza, l'evidenza finora disponibile mostra come

sia difficile stabilire una graduatoria a causa della diversità delle ipotesi alternative circa il processo di generazione della variabile in esame. Nonostante i problemi che potrebbero derivare dalla presenza di collinearità, seguendo la proposta di Dolado-Jenkinson (1987) sembrerebbe opportuno iniziare ad esaminare il modello (3.16), che rappresenta la specificazione più generale. Se l'ipotesi nulla della presenza di una radice unitaria non è rifiutata e se la variabile di trend non risulta significativa, allora è possibile passare al modello (3.15).

Il modello più ristretto (3.14) è considerato soltanto se anche in questo caso l'ipotesi di radice unitaria è accettata e la costante non risulta significativa. La strategia completa, con i vari passaggi e i test da utilizzare di volta in volta, è illustrata nella tavola 1. Come si può notare, l'intero processo appare piuttosto complicato, ma consente di ridurre la possibilità di inferenze non corrette. I passaggi 2) e 4) meritano una certa attenzione. In effetti, se si decide di accettare la presenza di un trend, di una costante, in modelli come (3.16), (3.15), occorre verificare che la stima dei coefficienti di queste variabili, nel caso in cui l'ipotesi nulla è vera, sia significativa. Ciò può essere calcolato mediante regressioni semplici di  $\Delta y_t$  su un trend (su una costante). Nel caso in cui tali stime risultassero significative (controllando i valori dei t-statistici nelle tavole ordinarie), West (1988a) dimostra come la distribuzione di  $\tau_\tau(\tau_\mu)$  tenda asintoticamente a una normale e quindi sia necessario utilizzare i valori critici relativi alla distribuzione normale. Hylleberg e Mizon (1989a) dimostrano tuttavia che, sebbene questi risultati siano asintoticamente corretti, l'uso dei valori critici della distribuzione normale può portare a un numero di rifiuti dell'ipotesi nulla in eccesso rispetto al livello di significatività. La distribuzione per piccoli campioni è differente dalla distribuzione normale se il drift ( $\alpha$ ) è piccolo; per grandi valori di  $\alpha$  (e di T) la distribuzione normale offre più ragionevoli e migliori approssimazioni.

PROCEDURA SUGGERITA PER L'APPLICAZIONE DEI TEST DI DICKEY-FULLER



Una delle critiche che può essere indirizzata all'utilizzo di questi test è, oltre alla loro difficoltà di discriminare ipotesi in cui il valore di  $\rho$  sia vicino ma inferiore all'unità, quella di ipotizzare modelli di formazione delle serie abbastanza semplificati e riduttivi. Nei modelli (3.14)-(3.16) si è, infatti, ipotizzato che il termine di disturbo  $e_t$  sia distribuito indipendentemente come una normale con media zero e varianza  $\sigma^2$ ; questa ipotesi è chiaramente molto restrittiva e non appare verificata in molti casi applicati. Un passo in avanti è stato compiuto da Said e Dickey nel 1984 con la generalizzazione del test di Dickey-Fuller al caso di una serie che abbia una struttura ARIMA (p,1,q) arbitraria. Tale test può però essere utilizzato solo per discriminare all'interno di un processo che presenti una sola differenza sequenziale e assume che gli errori siano distribuiti identicamente e indipendentemente.

La procedura si basa sull'approssimazione ben nota di uno schema a media mobile o misto autoregressivo a media mobile con uno schema autoregressivo di ordine p sufficientemente elevato. Se il valore di p è appropriato<sup>10</sup> e ovviamente il numero delle osservazioni non pone limitazioni pratiche, allora tale approssimazione può essere soddisfacente. In questo caso la procedura è molto semplice e consiste nel verificare la presenza di una radice unitaria nella regressione:

$$(3.18) \Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \beta_p \Delta y_{t-p} + \varepsilon_t$$

dove ovviamente il coefficiente  $\gamma$  di  $y_{t-1}$  rappresenta  $(\rho-1)$ . Il test di Dickey-Fuller aumentato (ADF) consiste nel confrontare il t statistico del coefficiente  $\hat{\gamma}$  con le tabelle in Fuller (1976, pag. 373): valori significativi comportano il rifiuto dell'ipotesi nulla di una radice unitaria.

Rimane il problema di determinare il valore di p nella regressione, ovvero l'ordine di approssimazione del processo a media

---

10. La scelta del valore di p deve essere tale da assicurare che  $\varepsilon_t$  in (3.18) sia white noise; cfr. Granger (1986, p. 218).

mobile. A tale riguardo è difficile dare delle indicazioni precise; si possono provare diversi valori di  $p$  e verificare per ognuno di questi l'ipotesi di presenza di una radice unitaria per determinare se e in che misura le conclusioni dei test statistici sono sensibili alla lunghezza dei ritardi. E' inoltre necessario ricordare che per avere stime consistenti dei coefficienti occorre far crescere  $p$  con il numero delle osservazioni disponibili. Diebold e Nerlove (1988), propongono di utilizzare  $p = (T)^{\frac{1}{4}}$  dove  $T$  è il numero massimo di osservazioni. Tuttavia, sebbene esistano difficoltà per la determinazione dell'ordine  $p$ , dai risultati di Dickey e Said non emergono significative differenze per moderati cambiamenti nell'ordine dei ritardi temporali considerati.

### 3.3 Alcune estensioni

Un'ulteriore proposta rispetto al test ADF può essere rinvenuta nei lavori di Phillips e Perron (PP)<sup>11</sup>. PP dimostrano che se il termine di errore  $e_t$  in (3.14)-(3.16) è autocorrelato e/o affetto da eteroschedasticità, è possibile apportare una correzione numerica alle statistiche proposte da Dickey-Fuller che non altera la distribuzione asintotica dei test. In questo modo, i valori dei test di PP possono essere confrontati con le medesime tavole dei test di Dickey-Fuller. La proposta di PP è di stimare una regressione del tipo:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t$$

e quindi correggere le statistiche di Dickey-Fuller per tener conto della possibile autocorrelazione e/o eteroschedasticità presente in  $e_t$ . E' interessante osservare che la correzione numerica è proporzionale alla differenza tra le varianze della serie

---

11. Si veda Phillips (1987) e Phillips-Perron (1988). Giannini e Mosconi (1989) analizzano molto dettagliatamente le procedure di PP. Il lavoro contiene un'accurata descrizione delle formule da utilizzare oltre a indicazioni molto utili circa l'applicazione dei vari test e le principali proprietà statistiche.

$I(1)$  e la densità dello spettro della stessa serie differenziata, calcolata nel punto di origine. Quando  $e_t$  non è autocorrelato, tale differenza si annulla e i test di PP coincidono con quelli di Dickey-Fuller.

Le procedure di PP e di Dickey-Fuller rimangono pur sempre soggette alla possibilità di errore dovuta alle caratteristiche del processo stocastico che genera  $e_t$ : tener conto della probabile autocorrelazione di  $e_t$  può non essere sufficiente. Schwert (1987, 1989) mostra, infatti, mediante una serie molto dettagliata di simulazioni Monte Carlo, che se il termine di errore  $e_t$  è caratterizzato da un processo MA(1), allora sia le procedure di PP sia quella di Dickey e Fuller possono essere seriamente distorte. In particolare, se il coefficiente di  $e_{t-1}$  è negativo si avrà una distorsione verso il basso (anche per valori molto elevati dell'ampiezza campionaria). Dalla analisi di Schwert risulta che tutti i test sono affetti da questo problema, ma il test ADF sembra conseguire una performance migliore dei corrispondenti test proposti da PP<sup>12</sup>.

Nelle procedure per la determinazione dell'ordine di integrazione delle serie storiche, scarso peso è stato dato finora alle conseguenze di shocks strutturali che si manifestano con cambiamenti di regime delle serie storiche<sup>13</sup>. Nonostante il problema fosse già stato messo in evidenza da Nelson e Plosser (1982), una serie di articoli pubblicati recentemente studia l'impatto di questi fenomeni sull'analisi di integrazione (e quindi di cointegrazione): Rappoport-Reichlin (1987, 1989), Reichlin (1989), Perron (1989) e, soprattutto, Hendry e Neale (1989).

Intuitivamente, la presenza di mutamenti strutturali può determinare cambiamenti nel livello della serie senza che però

---

12. Pantula (1988) approfondisce teoricamente l'analisi di Schwert, considerando il comportamento di una serie molto ampia di test in modelli in cui il termine di disturbo è caratterizzato da un processo MA(1).

13. Miller (1988) considera gli effetti sull'analisi di cointegrazione tra investimenti e risparmio del passaggio dal regime a cambi fissi a quello a cambi flessibili.

questo sia indice di non stazionarietà. In questo caso l'applicazione dei test di integrazione può portare a non corrette inferenze (in particolare a rifiutare l'ipotesi nulla di stazionarietà meno spesso quando è falsa che quando è vera: si veda Hendry-Neale (1989)). Ad esempio Perron (1989) in uno studio sulla serie storica del prodotto lordo negli USA nota che, quando vengono considerati sia lo shock dovuto alla Depressione del 1929, sia l'incremento dei prezzi petroliferi nel 1973, il GNP non sembra essere caratterizzato da alcuna radice unitaria.

#### 4. Analisi della cointegrazione

Avendo esaminato le procedure di determinazione dell'ordine di integrazione, è ora possibile considerare la problematica della cointegrazione, partendo dal caso di 2 variabili e generalizzando poi i risultati a più serie.

Date due variabili  $y_t$  e  $x_t$ , ognuna delle quali sia di ordine  $I(1)$ , in genere si ottiene una combinazione lineare che sia anch'essa di ordine  $I(1)$ . Se invece esiste una costante  $A$  tale che  $z_t$  in:

$$(4.1) \quad z_t = x_t - Ay_t$$

sia una serie  $I(0)$ , allora le due serie  $y_t$  e  $x_t$  si dicono cointegrate<sup>14</sup>.  $A$  è il parametro di cointegrazione e, nel caso di due sole variabili, è unico. L'esistenza di cointegrazione implica una relazione di equilibrio di lungo periodo tra le due variabili; il termine  $z$  misura, invece, l'ampiezza del disequilibrio. E' evidente che nel caso in questione si può parlare di cointegrazione solo se  $y_t$  e  $x_t$  sono  $I(1)$ ; non vi sarebbe alcuna possibilità di cointegrazione se una delle due variabili fosse integrata di ordine 1 e

---

14. Per motivi di semplicità abbiamo finora considerato soltanto variabili  $I(1)$  anche se la definizione di cointegrazione è più generale; si vedano al riguardo le pagine seguenti.

l'altra di ordine 0. In questo caso non potrebbe esistere una relazione di lungo periodo tra le due e una tradizionale regressione non avrebbe alcun senso. Inoltre Granger (1983) e Engle e Granger (1987) hanno dimostrato che se due serie sono cointegrate allora esiste sempre un meccanismo di generazione che può essere chiamato meccanismo di correzione dell'errore così come proposto da Davidson et al. nel 1978 del tipo:

$$(4.2) \Delta x_t = -\rho_1 z_{t-1} + \text{valori ritardati di } (\Delta x_t, \Delta y_t) + d(L) \varepsilon_{1t}$$

$$(4.3) \Delta y_t = -\rho_2 z_{t-1} + \text{valori ritardati di } (\Delta x_t, \Delta y_t) + d(L) \varepsilon_{2t}$$

dove  $d(L)$  è un polinomio di ordine finito nell'operatore ritardo  $L$  ed è lo stesso in entrambe le equazioni;  $\varepsilon_{1t}$  e  $\varepsilon_{2t}$  sono errori bianchi e  $|\rho_1| + |\rho_2| \neq 0$ . E' stato anche dimostrato che ogni modello di correzione dell'errore tra due variabili implica necessariamente che queste siano tra loro cointegrate.

Per verificare l'ipotesi di cointegrazione tra  $y_t$  e  $x_t$ , seguendo l'approccio di Engle e Granger, è possibile sottoporre a stima la seguente regressione nell'ipotesi che le due serie siano entrambe  $I(1)$ :

$$(4.4) x_t = \text{COST} + \alpha y_t + \varepsilon_t$$

e verificare se i residui ottenuti sono di ordine  $I(0)$ . Nel caso in cui vi sia cointegrazione i residui presentano le caratteristiche di una variabile generalmente autocorrelata ma stazionaria, e quindi il test per la presenza di radici unitarie dovrebbe portare al rifiuto dell'ipotesi nulla (viceversa nel caso in cui le due serie non fossero cointegrate). Inoltre la regressione statica tra le due variabili cointegrate, sotto le ipotesi fatte, presenta alcune proprietà di grande interesse. Stock (1987) ha infatti mostrato come la regressione con il metodo dei minimi quadrati ordinari dell'equazione statica fornisca una stima del parametro di cointegrazione che, pur essendo distorta, è consistente con un fattore di bias che decresce con un ordine  $O(T^{-1})$  invece del fat-

tore usuale  $O(T^{-\frac{1}{2}})$ . Si tratta di un risultato apparentemente paradossale in quanto la specificazione statica ignora la presenza di ritardi nelle variabili e quindi, nell'analisi econometrica tradizionale, questo comporterebbe non solo coefficienti distorti, ma anche inconsistenti. In tale situazione ciò non avviene; se entrambe le variabili sono integrate di ordine uno, il fattore di bias tende asintoticamente a scomparire. Non solo, ma la stima statica presenta altri importanti vantaggi come, per esempio, di non essere influenzata da errori di misura o da simultaneità tra le variabili. Infine è possibile ignorare il problema degli eventuali ritardi tra le due variabili in quanto anche se la relazione è effettivamente, poniamo, tra  $x_t$  e  $y_{t-k}$ , la teoria della cointegrazione dimostra che la relazione continua a valere prescindendo dai ritardi.

I risultati ottenuti sembrano quindi quanto mai interessanti e importanti. Occorre tuttavia una notevole cautela perché le prime applicazioni empiriche hanno mostrato persistenti fattori di bias (si veda Banerjee et al. (1986)); inoltre se le stime dei coefficienti sono consistenti, lo stesso non si può dire per gli errori standard. Questo preclude, nell'approccio di Granger ed Engle, la possibilità di verificare ipotesi di interesse economico relative ai coefficienti della regressione statica.

Ulteriori difficoltà sorgono nel caso in cui non si considerino solamente due variabili, ma si allarghi l'analisi a un numero  $M > 2$ . In generale, considerando un vettore  $X$  di  $K$  serie temporali e supponendo che  $X$  sia integrato di ordine  $d$ , vi è cointegrazione di ordine  $s$  se esiste un vettore  $A$ , tale che  $A'X_t$  è integrato di ordine  $d-s$ . La presenza di cointegrazione è data da alcune combinazioni lineari delle componenti del vettore che sono integrate di ordine inferiore rispetto a quello dello stesso processo. Nel contesto multivariato la presenza di cointegrazione non implica più necessariamente la presenza di un solo vettore di cointegrazione, ma possono esservi diversi vettori di cointegrazione in numero  $r$  dove  $r \leq M$ . Se  $r \geq 1$  è necessario procedere a ristimare la regressione statica non solo nella sua specificazione originaria, ma anche considerando le regressioni tra ciascuna variabile

indipendente da un lato e tutte le altre variabili (dipendenti e indipendenti) dall'altro. Si dovrà quindi procedere a verificare l'ipotesi di cointegrazione per ognuna di queste equazioni. Per facilitare l'esposizione, i diversi valori dei coefficienti ottenuti nelle varie regressioni potranno essere normalizzati sulla variabile dipendente originaria. Inoltre, come anche avviene nel caso bivariato, il rifiuto dell'ipotesi di assenza di cointegrazione potrebbe essere dovuta all'assenza di una o più variabili rilevanti nell'analisi. In questo senso si ripropone una similitudine tra il caso tradizionale delle variabili omesse e il caso di variabili omesse nell'analisi di cointegrazione.

Infine, è necessario precisare che trasformazioni non lineari delle variabili influenzano la presenza o meno di cointegrazione; ad esempio, il tasso di disoccupazione può risultare non cointegrato con la dinamica dei salari se introdotto in forma lineare, ma cointegrato se introdotto in forma non lineare (ad esempio in forma logaritmica o di iperbole, si veda Nickell, 1987)<sup>15</sup>.

Tenendo bene a mente i numerosi problemi evidenziati, è possibile applicare i diversi test proposti per verificare l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione. Questi non sono altro che forme particolari dei test di verifica dell'ipotesi di radici unitarie già esaminati in precedenza. E' da notare tuttavia che il contesto è diverso, in quanto si tratta di verificare l'ipotesi nulla di radici unitarie nei residui della regressione, mentre nel caso precedente si trattava di verificare l'ipotesi nulla di radici unitarie in serie storiche riferite a variabili economiche. Non necessariamente quindi test con potenza più elevata nel secondo caso avranno anche migliore potenza nel primo caso. Engle e Granger (1987) raccomandano una serie di test che sono riconducibili a quelli già esaminati in precedenza: variazioni nell'ambito del rapporto di von Neumann e varie specificazioni dei test statistici di Fuller. Più precisamente è possibile utilizzare il valore del

---

15. La scelta di diverse forme funzionali dovrebbe comunque essere principalmente determinata da considerazioni di natura economica.

Durbin-Watson già calcolato nella regressione statica (Cointegrating Regression Durbin-Watson, CRDW) e confrontarlo con i valori critici contenuti nel lavoro di Sargan-Bhargava (1983a, pag. 157). Insieme a questo sono comunemente impiegati i test di Dickey-Fuller e l'augmented Dickey-Fuller sui residui dell'equazione statica, ovvero:

$$(4.5) \Delta u_t = \phi u_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{Dickey-Fuller}$$

$$(4.6) \Delta u_t = \phi u_{t-1} + b_1 \Delta u_{t-1} + \dots + b_p \Delta u_{t-p} + \varepsilon_t \quad \text{Augmented Dickey-Fuller}$$

dove il test consiste nella verifica della significatività del coefficiente di  $u_{t-1}$ ; se  $u_t$  segue un processo  $I(1)$ , allora il coefficiente, che misura la differenza tra  $\rho$  e l'unità, sarà zero o molto vicino a zero. Viceversa, se questo non accade, allora è accettabile l'ipotesi che  $u$  sia un processo  $I(0)$ , ovvero che esista cointegrazione tra le serie considerate. In aggiunta a questi due test è anche proposta da Granger e Engle una serie di procedure addizionali, che tuttavia comportano un grado via via crescente di complessità, implicando la stima di relazioni che si avvicinano sempre più alla vera e propria specificazione dinamica della relazione e che, pertanto, hanno un interesse limitato<sup>16</sup>.

Alternativamente, anziché utilizzare la metodologia a due stadi proposta da Engle e Granger è sempre possibile ricorrere alla tradizionale specificazione del modello direttamente attraverso un meccanismo di correzione dell'errore seguendo una logica dal generale al particolare, ad esempio stimando:

---

16. Per esempio si consideri il caso di restricted VAR, che comporta la stima di:

$$\Delta y_t = \beta_1 u_{t-1} + \varepsilon_{1t} \quad \text{e di} \quad \Delta x_t = \beta_2 u_{t-1} + \gamma \Delta y_t + \varepsilon_{2t}$$

Il test statistico è dato dalla somma dei quadrati dei  $t$  statistici di  $\beta_1$  e  $\beta_2$ ; i relativi valori critici sono contenuti in Engle-Granger<sup>2</sup> (1987). Anche in questo caso valgono le considerazioni fatte sulla potenza dei test per radici unitarie.

$$(4.7) \Delta y_t = \alpha_1(x_{t-1} - Ay_{t-1}) + \alpha_2(L) \Delta y_{t-1} + \alpha_3(L) \Delta X_t + \text{COST}$$

Da questo modello è poi possibile determinare in modo univoco la relazione di lungo periodo.

Un ulteriore sviluppo dell'analisi della cointegrazione è stato proposto da Johansen (1988). Questo approccio si presenta più complesso ma anche maggiormente rigoroso e con più estese possibilità di applicazioni. A fini esemplificativi, si consideri il processo:

$$(4.8) (I - \Pi_1 L - \Pi_2 L^2) X_t = \text{COST} + u_t; u_t \sim \text{NID}(0, \Sigma_u)$$

dove  $I$  è la matrice identità e  $\Pi$  è una matrice di coefficienti. Se  $X_t$  è integrato di ordine uno, l'equazione può risciversi come:

$$(4.9) \Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \Pi X_{t-2} + \text{COST} + u_t$$

dove  $\Gamma_1 = - (I - \Pi_1)$  e  $\Pi = - (I - \Pi_1 - \Pi_2)$ .

Il modello (4.9), derivato da una trasformazione di un modello VAR, non implica nessuna perdita di informazione attribuibile, in genere, ai modelli stimati in termini di differenze; relazioni di lungo periodo, se presenti, sono nella matrice  $\Pi$ . Se il termine di disturbo dell'equazione (4.9) è stazionario e  $X_t$  è  $I(1)$ , la matrice  $\Pi$  non può essere di rango pieno. In effetti, poiché un processo stazionario,  $\Delta X_t$ , non può eguagliare un processo non stazionario,  $X_t$ , il sistema di equazioni rappresentato dalla (4.9) è consistente se e solo se  $\Pi$  è una matrice nulla (rango di  $\Pi$  uguale a zero), oppure se i termini di  $\Pi$  sono tali che  $\Pi X_t$  è stazionario. In quest'ultimo caso, il rango di  $\Pi$  è  $r < k$  e le colonne di  $\Pi$  costituiscono il numero di relazioni stazionarie tra le variabili in  $X_t$  che sono linearmente indipendenti (o, in altri termini, il numero di vettori di cointegrazione). In sintesi, data la relazione (4.9) si possono verificare le seguenti situazioni:

- 1) rango di  $\Pi$  uguale a zero (matrice nulla): non esistono relazioni di cointegrazione (il modello può essere espresso in termini di differenze);
- 2) rango di  $\Pi$  uguale a  $r < k$ : si hanno  $r$  possibili vettori di cointegrazione;
- 3) rango di  $\Pi$  pieno ( $r = k$ ): le variabili in  $X$  sono stazionarie.

Il caso di maggiore interesse è costituito dalla 2): eventuali relazioni di cointegrazione possono, in genere, essere interpretate alla luce della teoria economica e in questo caso sono equivalenti a meccanismi di correzione dell'errore. Per meglio comprendere la coincidenza tra i due approcci sia:

$$\Delta X_t = C_1 \Delta X_{t-1} + \alpha(\beta' X_{t-2}) + \text{COST} + \varepsilon_t$$

dove  $\beta$  è una matrice  $k \times r$  e  $r$  è il numero di relazioni stazionarie;  $\alpha$  è una matrice  $k \times r$  di coefficienti di aggiustamento. Si noti che, in confronto con la (4.9) le due specificazioni coincidono se  $C_1 = \Gamma_1$  e se  $\Pi = \alpha\beta'$ .

Nell'applicazione occorre innanzitutto stabilire se la specificazione riportata nella formula (4.9) rappresenti adeguatamente i dati con riferimento alla struttura dei ritardi. La correttezza nella struttura dei ritardi può essere stabilita in base alle proprietà dei residui che dovrebbero essere white noise. Si deve quindi procedere a stimare l'equazione e a verificare con test generali se esiste autocorrelazione nei residui; in questo può essere d'aiuto anche l'esame dei coefficienti di autocorrelazione. Avendo stabilito l'appropriata struttura dei ritardi, è possibile determinare il rango della matrice  $\Pi$ , cioè il numero dei vettori di cointegrazione. In particolare, date due matrici  $\alpha$  e  $\beta$ , entrambe di dimensione  $k \times r$ , se

$$\pi = \alpha \cdot \beta'$$

le colonne di  $\beta$  coincidono con i vettori di cointegrazione di  $\pi$ .

Al fine di stimare  $\beta$  in modo consistente, Johansen (1988) propone una procedura basata su tecniche di stima di massima verosimiglianza, per la cui dimostrazione si rimanda all'articolo originale. Nell'ambito della nostra analisi ci si limita a fornire un utile schema per l'applicazione empirica di tale procedura<sup>17</sup>. La stima di  $\beta$ , ovvero dello spazio di cointegrazione relativo alle variabili nella matrice X, può essere ottenuta dalle due regressioni ausiliarie:

$$(4.10) \Delta X_{i,t} = a_{i,1} \Delta X_{1,t-1} + a_{i,2} \Delta X_{2,t-1} + \dots + a_{i,k} \Delta X_{k,t-1} + u_{i,t}^0 + \text{COST}$$

$$(4.11) X_{i,t-2} = b_{i,1} \Delta X_{1,t-1} + b_{i,2} \Delta X_{2,t-1} + \dots + b_{i,k} \Delta X_{k,t-1} + u_{i,t}^k + \text{COST}$$

dove  $i = 1, \dots, k$ .

Dalla stima di ciascuna regressione si ottengono  $k$  vettori di residui che vengono inseriti in due matrici di ordine  $T \times k$ :

$$(4.12) U_0 = [u_1^0, \dots, u_k^0]$$

$$(4.13) U_k = [u_1^k, \dots, u_k^k]$$

A partire dalle ultime due espressioni si definiscono le seguenti matrici:

$$(4.14) S_{kk} = U_k' U_k$$

$$S_{00} = U_0' U_0$$

$$S_{k0} = U_k' U_0$$

$$S_{0k} = U_0' U_k = S_{k0}$$

---

17. Giannini (1989b) propone una procedura più semplice dell'analisi di cointegrazione proposta da Johansen. Essa si presta a diverse generalizzazioni per l'analisi del rango di cointegrazione partendo da stime OLS di un VAR in livelli.

dove ogni matrice  $S_{..}$  è di ordine  $k \times k$ <sup>18</sup>.

La procedura implica la determinazione delle radici caratteristiche ( $\lambda_i$ ) e dei corrispondenti autovettori in:

$$(4.15) \quad |\lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}| = 0$$

La soluzione di questo sistema di equazioni porta a  $k$  valori di  $\lambda$  che rappresentano il quadrato delle correlazioni canoniche tra  $U_0$  e  $U_k$ . In tal modo  $\lambda_i$  ( $i = 1, \dots, k$ ) può essere interpretato come una misura di quanto le relazioni di cointegrazione (ovvero gli autovettori associati ai  $\lambda_i$ ) sono correlati con la parte stazionaria del processo. Se il rango di  $\Pi$  è  $r < k$ , allora  $\lambda_i = 0$  per  $i = r+1, \dots, k$  e il problema statistico consiste nel discriminare tra i valori nulli e non nulli di  $\lambda$ .

Sviluppando una procedura basata su tecniche di massima verosimiglianza Johansen (1988) propone il seguente test statistico:

$$(4.16a) \quad W = -T \sum_{i=r+1}^k \log(1 - \hat{\lambda}_i)$$

$W$  consente di verificare l'ipotesi nulla  $r \leq q$  (dove  $q = 0, \dots, k-1$ ) contro l'ipotesi alternativa  $r = k$ .

Per verificare sequenzialmente le ipotesi:

$H_0^1$  : al massimo  $k-1$  vettori di cointegrazione

$H_1^1$  :  $k$  vettori di cointegrazione

...

---

18. La stima di  $\alpha$  e  $\beta$  è una combinazione delle variabili canoniche associate ai coefficienti di correlazione tra  $U_0$  e  $U_k$ . Si osservi, tuttavia, come esista un problema di identificazione nella determinazione di  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$ . In effetti, data una scelta di  $\alpha$  e  $\beta$ , allora per ogni matrice  $E$  di ordine  $(r \times r)$  non singolare il prodotto di  $\alpha E$  e  $\beta'(E')^{-1}$  coincide con la stessa matrice  $\Pi$ . Il problema dell'identificazione può essere risolto ricorrendo a particolari normalizzazioni per le colonne di  $\beta$  che, in genere, sono suggerite dalla teoria economica.

$H_0^k$  : al massimo 0 vettori di cointegrazione

$H_1^k$  : 1 vettore di cointegrazione.

Johansen suggerisce il seguente test:

$$(4.16b) \quad W_S(r) = -T \log(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

Se  $H_0^1$  non viene rifiutata, allora si considera  $H_0^2$  e così via fino a quando il test statistico non rifiuta l'ipotesi nulla; in tal caso il numero dei vettori di cointegrazione è dato dalla corrispondente ipotesi alternativa. Se anche  $H_0^k$  viene accettata, allora non esiste alcun vettore di cointegrazione tra le variabili considerate.

La distribuzione asintotica di  $W$  e  $W_S$  e quindi i valori critici, dipendono in modo cruciale dalla presenza di un termine di intercetta nel modello (4.8)<sup>19</sup>. Nel caso in cui è possibile scrivere  $\Pi = \alpha\beta'$  si può mostrare (vedi Johansen, 1989a e b) come il processo non stazionario che caratterizza  $X_t$  contenga un trend lineare il cui coefficiente dipende da  $\alpha_\tau \mu$ , dove  $\alpha_\tau$  è una matrice ( $k \times (k-r)$ ) di vettori ortogonali a  $\alpha$ . Se:

$$\alpha_\tau \mu = 0$$

il trend lineare scompare e  $\Delta X_t$  ha media zero.

Nel caso in cui il numero di vettori di cointegrazione è pari a  $k - 1$ , se  $\alpha_\tau \mu \neq 0$  allora un trend lineare è presente sotto l'ipotesi nulla di non stazionarietà. Si osservi la similitudine con la situazione in cui il coefficiente del trend è significativamente diverso da zero nel caso dell'analisi di stazionarietà per singole serie storiche (vedi par. 3.2): il likelihood ratio test

---

19. Il caso in cui nella (4.8) non compare la costante è analizzato da Johansen (1988), che, tuttavia, non lo ritiene molto significativo.

$W_0$  o  $W_s$  si distribuisce asintoticamente come un  $\chi^2(1)$ . Alternativamente è possibile imporre il vincolo che non vi sia alcun trend lineare nel processo stocastico di  $X_t$ ; ciò coincide con:

$$\mu = \alpha' \beta_0$$

In questo caso la procedura di derivazione del test statistico (4.16a) deve essere modificata. Il modo più semplice consiste nel calcolare le matrici  $U_0$  e  $U_k$  in (4.12) e (4.13) tenendo conto dell'ulteriore restrizione  $\mu = \alpha' \beta_0$ , ovvero considerando la costante in (4.10) e (4.11) come un ulteriore elemento del vettore  $X_{i,t-2}$  (in questo modo la costante viene ricompresa nelle possibili relazioni di cointegrazione)<sup>20</sup>. Si ottiene così una matrice  $S_{kk}^*$  di dimensione  $(k+1, k+1)$ .

La distribuzione asintotica dei test (4.16a) e (4.16b) è stata tabulata da Johansen (1989b) a seconda della presenza o meno di trend lineari. Si hanno così tre diversi casi:

- a) esiste un trend lineare nei dati;
- b) non esiste un trend lineare.

Nel caso b) si possono avere due diverse situazioni:

b1) una variabile relativa al trend è esplicitamente considerata nel modello, ma il corrispondente coefficiente stimato non è significativamente diverso da 0 (è questo il caso in cui  $\alpha_\tau \mu = 0$ );

b2) non esiste un trend lineare ( $\mu = \alpha \beta_0'$ ).

La presenza della costante nel modello (4.8) assume così un ruolo cruciale o perché implica la presenza di un trend lineare nella parte non stazionaria del processo, o perché è una componente del vettore di cointegrazione.

Nel caso in cui vi siano  $r$  vettori di cointegrazione, questi sono dati dai vettori caratteristici corrispondenti alle maggiori

---

20. Nel caso in cui vi siano variabili dummy stagionali, queste devono essere costruite in modo tale che la loro somma nell'anno sia zero. Ciò equivale a sottrarre a ciascuna variabile dummy l'inverso della frequenza dei dati per ogni osservazione disponibile.

radici caratteristiche. Ad esempio, nel caso in cui vi sia un solo vettore di cointegrazione, questo corrisponderà al vettore accoppiato alla più elevata radice caratteristica. Tale vettore, normalizzato sulla variabile dipendente, fornirà la stima di massima verosimiglianza della relazione di lungo periodo.

I vantaggi della procedura proposta da Johansen consistono nell'utilizzo del metodo della massima verosimiglianza, che dovrebbe portare a stime asintoticamente più efficienti di quelle implicite nell'approccio di Engle e Granger; in una minore distorsione nei piccoli campioni; nella verifica del numero di vettori di cointegrazione presenti nella relazione esaminata e, infine, nella possibilità, come sarà descritto tra poco, di procedere a test delle ipotesi sullo stesso vettore di cointegrazione.

Una volta individuato tale vettore è infatti possibile verificare alcune particolari ipotesi di interesse economico. Riprendendo l'esempio di Juselius (1988), in uno studio sulla domanda di moneta, è possibile sottoporre a verifica l'ipotesi che vi sia elasticità di lungo periodo unitaria tra la domanda di moneta e il reddito reale. Partendo da un modello dove vi sono quattro variabili (moneta, reddito e due diversi tassi d'interesse), si tratta di verificare se  $\beta_1 = -\beta_2$  (l'equazione è stimata in logaritmi), dove  $\beta_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) rappresenta i vari coefficienti. Questo significa sottoporre a verifica l'ipotesi  $H^1 : \beta = H\xi$ , dove  $H$  è una matrice nota di dimensioni  $K \times s$  e  $\xi$  è una matrice  $s \times 1$ , ovvero:

$$H = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \xi = \begin{vmatrix} \beta_{12} \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{vmatrix}$$

La procedura segue quella già descritta per la verifica del numero di vettori di cointegrazione e comporta l'individuazione delle radici caratteristiche  $\lambda$  in:

$$(4.17) \quad |\lambda H' S_{kk} H - H' S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k} H| = 0$$

dove le matrici  $S_{..}$  corrispondono a quelle già calcolate in precedenza. Sulla base della risoluzione dell'equazione (4.17) è possibile verificare l'accettabilità delle restrizioni servendosi di un nuovo likelihood ratio test dato da:

$$(4.18) \quad W' = T \sum_{i=1}^r \log \left\{ \frac{(1-\lambda_i^*)}{(1-\hat{\lambda}_i)} \right\}$$

dove  $\lambda_1^*, \dots, \lambda_r^*$  sono le radici caratteristiche ottenute dalla (4.17). Il test è asintoticamente distribuito come una variabile  $\chi^2$  con  $r(k-s)$  gradi di libertà. In questo modo si possono derivare le stime ristrette utilizzando i vettori caratteristici opportunamente normalizzati nella variabile dipendente<sup>21</sup>.

## 5. Il problema della stagionalità

L'analisi dei precedenti paragrafi fa riferimento a serie che non presentano caratteristiche di stagionalità. Nella realtà, tuttavia, la maggior parte delle variabili osservate con frequenze inferiori a quella annuale è caratterizzata dalla presenza di una forte componente stagionale. E' quindi necessario estendere i concetti di integrazione e cointegrazione anche per tenere conto di questa possibilità. Questa estensione non è comunque in genere né semplice, né agevole. Per quanto riguarda la definizione formale di serie integrate a frequenza stagionale si rimanda a Hylleberg et al. (1988). Una serie integrata di ordine  $d$  alla frequenza  $\theta$  è rappresentata come  $x_t \sim I_{\theta}(d)$ . Più in generale, una serie può presentare integrazione a più di una frequenza; nell'esempio di una serie mensile, può darsi il caso che essa sia resa stazionaria attraverso una doppia differenziazione, una sequenziale e l'altra

---

21. La procedura inferenziale per i vettori di cointegrazione è illustrata molto dettagliatamente in Johansen (1989b), dove è possibile rinvenire alcune applicazioni molto utili. Altri esempi sono illustrati in Juselius (1989).

stagionale. Definiamo questa serie come  $x_t \sim SI(d_0, d_\theta)$ , dove il primo termine si riferisce all'ordine di integrazione non stagionale e il secondo all'ordine di integrazione stagionale. Partendo da queste definizioni è possibile stabilire una cointegrazione a frequenza stagionale  $\theta$  per un vettore  $X_t$  se esiste un vettore  $\alpha_\theta$  tale che

$$(5.1) \quad z_t^\theta = \alpha_\theta' X_t$$

è integrato di ordine inferiore alla frequenza  $\theta$ . In pratica il caso più comune riguarda  $d=1$ , così che  $z_t^\theta \sim I_\theta(0)$ .

Le conseguenze della presenza di stagionalità nelle serie sono molto rilevanti per l'analisi di cointegrazione. Hylleberg et al. (1988) hanno mostrato come, nel caso di serie integrate a frequenza stagionale, possano venire meno le proprietà di consistenza dei coefficienti delle stime statiche del vettore di cointegrazione. Più precisamente, supponiamo di considerare tre serie  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ ;  $x_1$  sia  $SI(1,1)$ ,  $x_2$   $SI(1,0)$  e  $x_3$   $SI(0,1)$ . In questo ambito si avranno i seguenti risultati:

a) la regressione statica che minimizza  $\alpha' X' X \alpha$  (con  $\alpha_3=0$ ) non fornisce in generale stime consistenti; viceversa, la minimizzazione di  $\alpha' \bar{X}' \bar{X} \alpha$  (con  $\alpha_3=0$ ), fornisce stime consistenti, dove  $\bar{x}$  è  $(1-L-L^{s-1})x$  e  $\bar{X} = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_T)$ ;

b) la regressione statica che minimizza  $\alpha' X' X \alpha$  (con  $\alpha_2=0$ ) dà origine, in genere, a stime inconsistenti, mentre la minimizzazione di  $\alpha' \hat{X}' \hat{X} \alpha$  (con  $\alpha_2=0$ ) fornisce stime consistenti dove  $\hat{x} = (1-L)x$  e  $\hat{X} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_T)$ ;

c) se invece  $x_1$  e  $x_2$  sono caratterizzate dall'ordine di integrazione discusso in precedenza, ma presentano un termine di drift, allora la regressione statica che minimizza  $\alpha' X' X \alpha$  (con  $\alpha_3=0$ ) fornisce stime consistenti del vettore  $\alpha$ .

La prova di queste tre proposizioni è contenuta in Hylleberg et al. (1988). Intuitivamente nel primo caso si regredisce una variabile che necessita di una doppia differenziazione (sequenziale e stagionale) su una variabile che ha solo un ordine di integrazione sequenziale; non è quindi difficile attendersi stime inconsistenti. Se invece vengono calcolate le medie annue (la variabile

$\bar{x}$ ), allora è evidente come l'integrazione stagionale scompaia ed è possibile compiere l'analisi secondo le modalità descritte nei paragrafi precedenti. Nel secondo caso, la disomogeneità riguarda la necessità di differenziazione di ordine sequenziale; se si considerano le differenze prime tra le serie  $x_1$  e  $x_3$  è possibile applicare la regressione statica ottenendo stime consistenti. Nel terzo caso la diversità nell'ordine di integrazione stagionale tra  $x_1$  e  $x_3$  rimane, ma la presenza di un fattore di drift domina la frequenza stagionale riportando la consistenza nella regressione statica.

Queste considerazioni mettono in evidenza le maggiori difficoltà nell'utilizzo di dati grezzi per l'analisi di cointegrazione. Queste difficoltà sono accentuate dal fatto che, a rigore, nessuno dei test considerati nei paragrafi precedenti è direttamente applicabile al caso di integrazione e cointegrazione stagionale. E' quindi necessario fare riferimento a una serie di procedure appositamente sviluppate che estendono i risultati esposti in precedenza. In appendice sono illustrati alcuni dei test utilizzabili.

Tutto ciò induce cautela nell'impiego dell'analisi di cointegrazione per serie stagionali. Nelle applicazioni empiriche, poiché l'analisi di cointegrazione si riferisce al lungo periodo non vi dovrebbe essere un vantaggio nella considerazione delle componenti stagionali, purché la velocità di aggiustamento verso i valori di equilibrio non sia elevata. E' perciò possibile considerare, se questa ipotesi si ritiene fondata, la media annua delle serie e procedere in base all'approccio illustrato in precedenza<sup>22</sup>.

Una seconda possibilità risiede nell'utilizzo di procedure per rimuovere le componenti stagionali, anche se esistono diversi dubbi sulle tecniche più comunemente utilizzate<sup>23</sup>.

---

22. Ovviamente, se l'aggiustamento avviene velocemente l'impiego dei dati annuali può oscurare l'analisi anziché semplificarla.

23. Per una critica dell'utilizzo delle procedure di destagionalizzazione prima della stima di relazioni econometriche, si vedano Wallis (1974) e Sims (1974).

Nel caso in cui si volessero utilizzare i dati grezzi, allora occorre procedere a una attenta analisi dell'ordine di integrazione delle serie, sia sequenziale sia stagionale. A questo fine possono essere impiegate, in maniera informale, le tecniche consuete per la costruzione dei modelli ARIMA unitamente ai test discussi in Appendice. Se le serie dovessero presentare lo stesso ordine di integrazione, sequenziale e stagionale, si potrà procedere alla stima della regressione statica. Se le serie differiscono per l'ordine sequenziale è possibile applicare opportunamente le differenze prime e valutare la regressione statica. Qualora esistano differenze sull'integrazione stagionale, ma non sull'integrazione sequenziale, ed entrambe le serie siano caratterizzate da componenti di drift, è ancora possibile calcolare la regressione statica per ottenere stime consistenti del vettore di cointegrazione<sup>24</sup>.

## 6. Alcune applicazioni

Per quanto riguarda le applicazioni, abbiamo deciso di utilizzare alcune relazioni econometriche già stimate, al fine di rendere maggiormente significativo il confronto con i risultati ottenuti con l'analisi di cointegrazione.

I casi considerati riguardano due equazioni presenti nel modello econometrico della Banca d'Italia (cfr. Banca d'Italia, 1986): l'equazione di determinazione dell'occupazione dipendente nel settore dei servizi destinabili alla vendita e l'equazione di determinazione delle retribuzioni pro capite nel settore delle costruzioni. In termini generali, le due specificazioni sono:

$$(6.1) \text{LDVD} = f(\text{LVADVD}, \text{LCLDVD})$$

---

24. Si veda Osborn et al. (1988) e Ilmakunnas (1990) per una sistematica presentazione dell'analisi di integrazione e cointegrazione per serie con componenti stagionali.

(6.2)  $LRTUIC = f(LRTUMF)$ .

L'equazione (6.1) determina l'evoluzione dell'occupazione dipendente nei servizi destinabili alla vendita (LDVD è il logaritmo dell'occupazione; LVADVD il logaritmo del valore aggiunto del settore a prezzi costanti e al costo dei fattori, LCLDVD è il logaritmo del costo del lavoro del settore espresso in termini reali). L'equazione (6.2) rappresenta l'adeguamento delle retribuzioni pro capite nell'industria delle costruzioni (LRTUIC è il logaritmo di tale variabile, mentre LRTUMF è il logaritmo delle retribuzioni pro capite nel settore della trasformazione industriale; le variabili sono espresse in termini nominali).

Queste due equazioni sono state scelte poiché in entrambi i casi si tratta di relazioni stimate sotto forma di error correction mechanism (ECM), o ad essa riconducibili, e come tali dovrebbero essere particolarmente adatte all'analisi di cointegrazione. Nel caso (6.1) si ipotizza un adeguamento dell'occupazione al prodotto e al costo del lavoro reale. Nella stima non è stata rifiutata l'ipotesi di elasticità unitaria tra domanda di lavoro e valore aggiunto.

Il secondo caso prevede un ECM tra i salari nelle costruzioni e quelli nel settore manifatturiero; anche in questo caso non è stato possibile rifiutare l'ipotesi di elasticità unitaria tra le due variabili<sup>25</sup>.

L'analisi empirica utilizza i dati destagionalizzati della vecchia contabilità nazionale relativamente al periodo 1970-1983 (osservazioni a frequenza trimestrale). Il numero di osservazioni non è elevato per l'analisi di cointegrazione e ciò deve indurre a una certa cautela nella valutazione dei risultati.

L'esercizio proposto si compone di due parti: identificazione dell'ordine di integrazione delle diverse serie e analisi di cointegrazione.

---

25. Per più estese spiegazioni sulla derivazione teorica delle due equazioni considerate, si rimanda a Banca d'Italia (1986, capitoli 4 e 6).

figura 1

$ldud = \text{logaritmo dell'occupazione dipendente nel settore dei servizi destinabili alla vendita}$

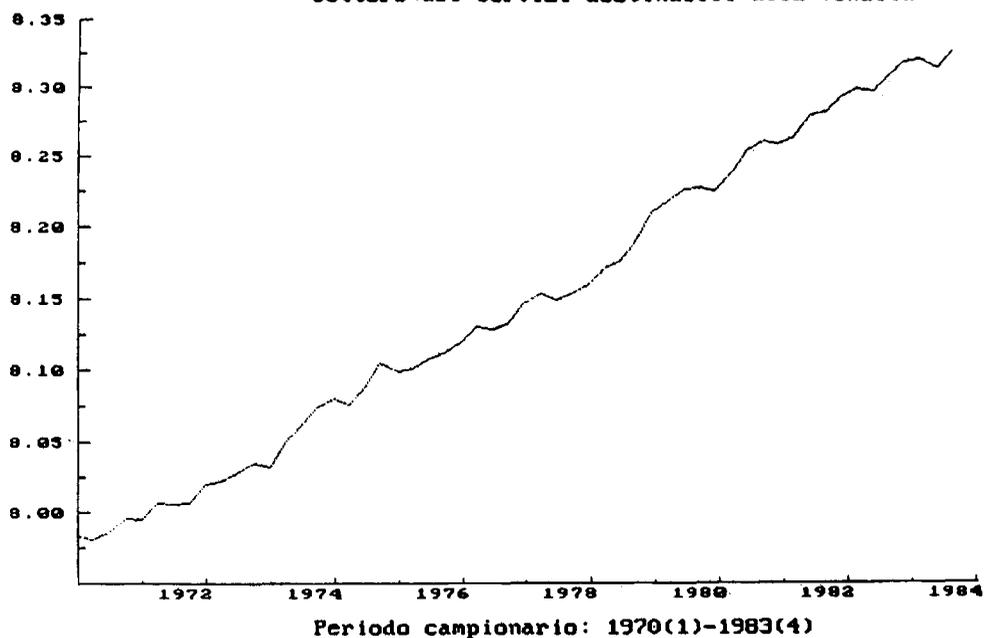


figura 2

$Didud = ldud(t) - ldud(t-1)$

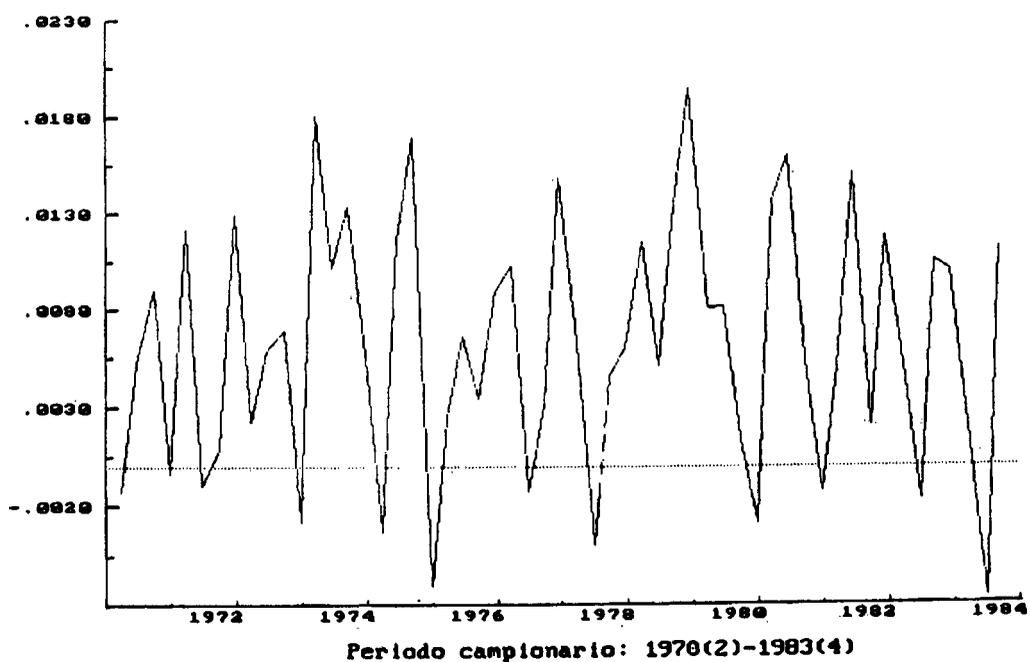
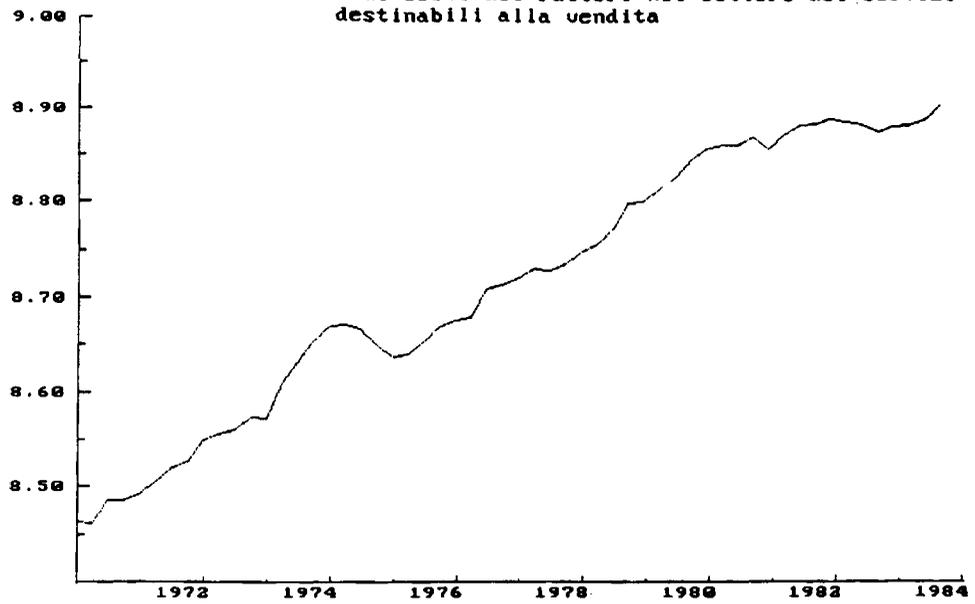


figura 3

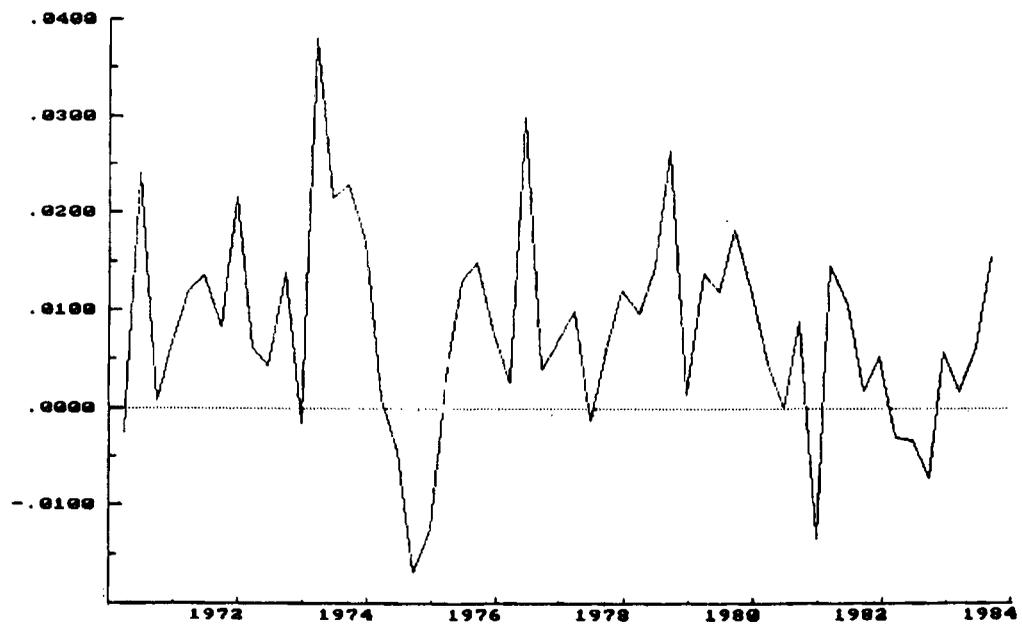
$lvadud$  = logaritmo del valore aggiunto a prezzi costanti  
e al costo dei fattori nel settore dei servizi  
destinabili alla vendita



Periodo campionario: 1970(1)-1983(4)

figura 4

$Dlvadud$  =  $lvadud(t) - lvadud(t-1)$



Periodo campionario: 1970(2)-1983(4)

figura 5

$lclvd = \logaritmo \text{ del costo del lavoro in termini reali}$   
 $\text{nel settore dei servizi destinabili alla vendita}$

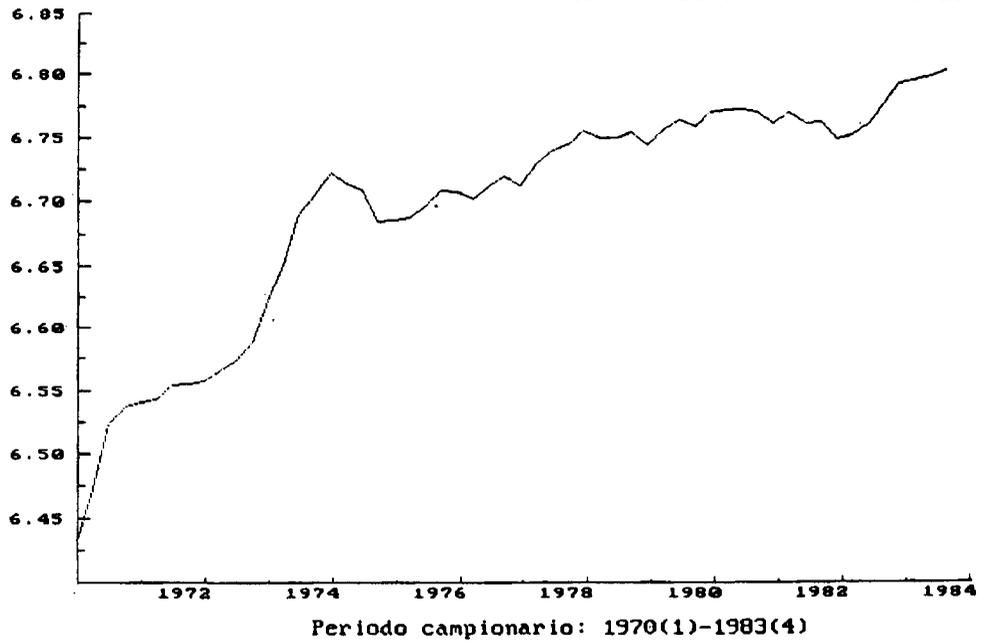


figura 6

$Dlclvd = lclvd(t) - lclvd(t-1)$

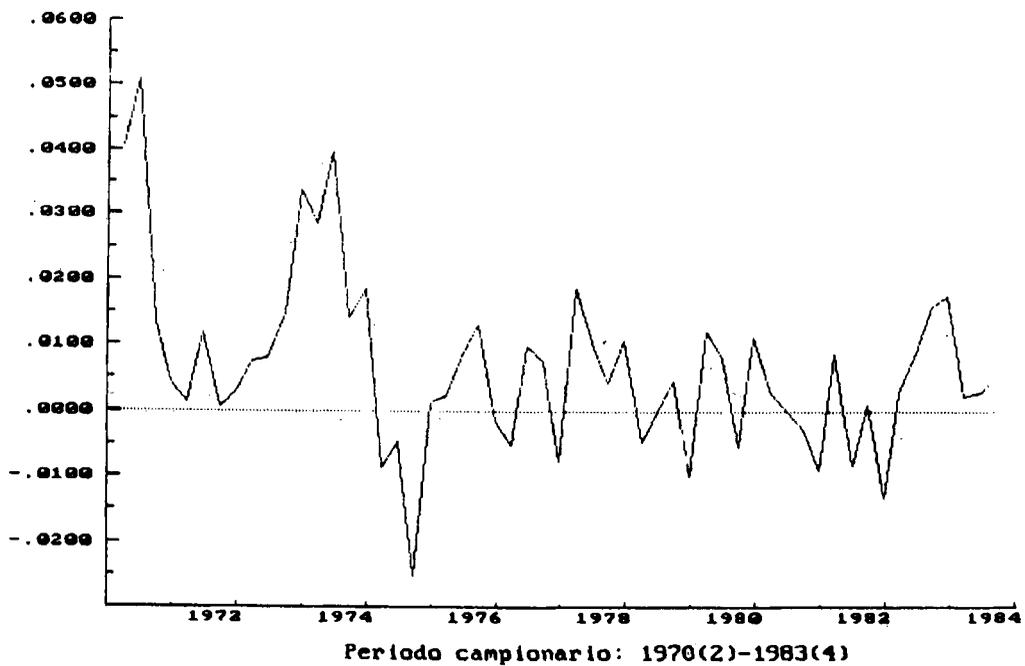


figura 7

$l_{rtuic}$  = logaritmo delle retribuzioni pro-capite nel settore delle costruzioni

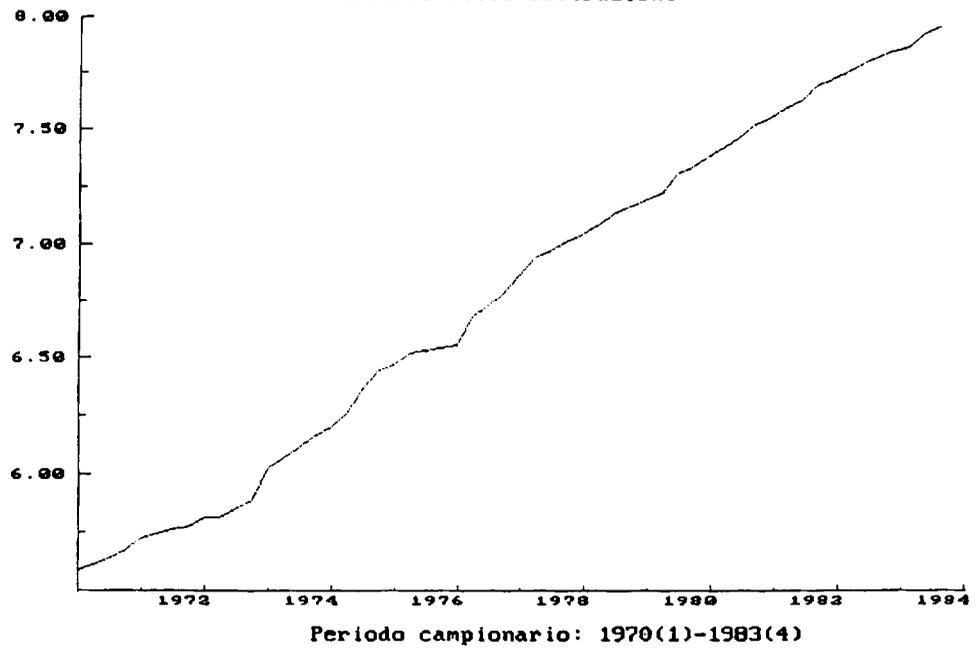


figura 8

$Dir_{tuic} = l_{rtuic}(t) - l_{rtuic}(t-1)$

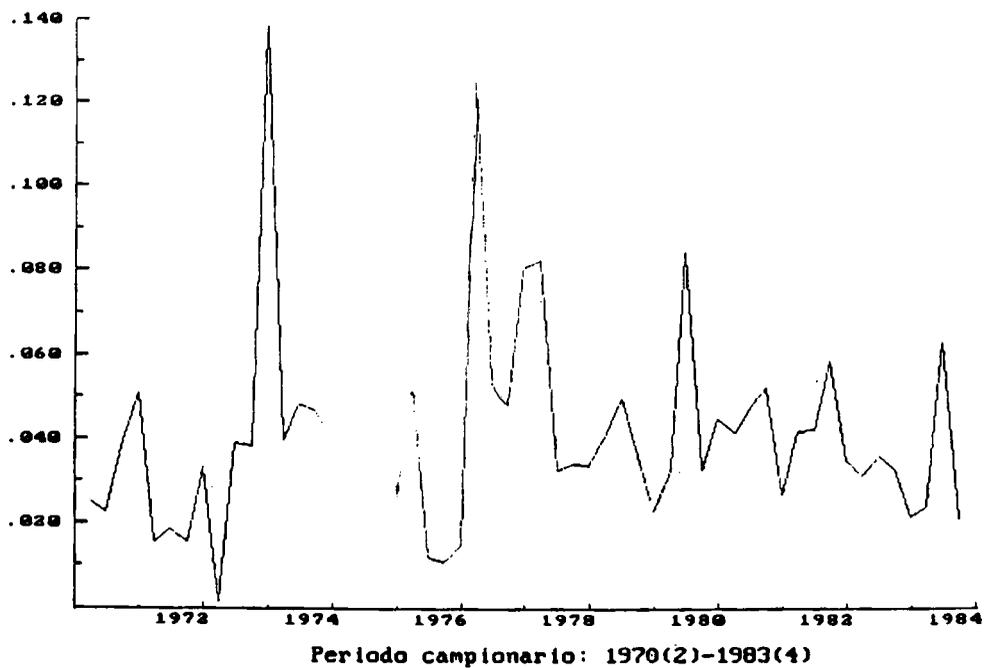


figura 9

$lrtumf$  = logaritmo delle retribuzioni pro-capite nel settore della trasformazione industriale

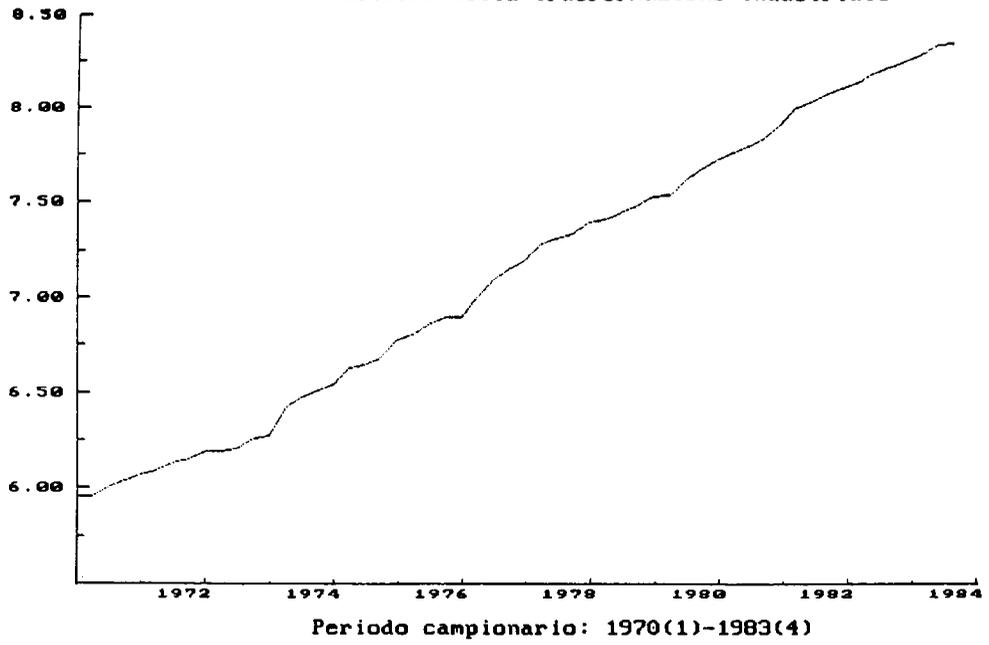
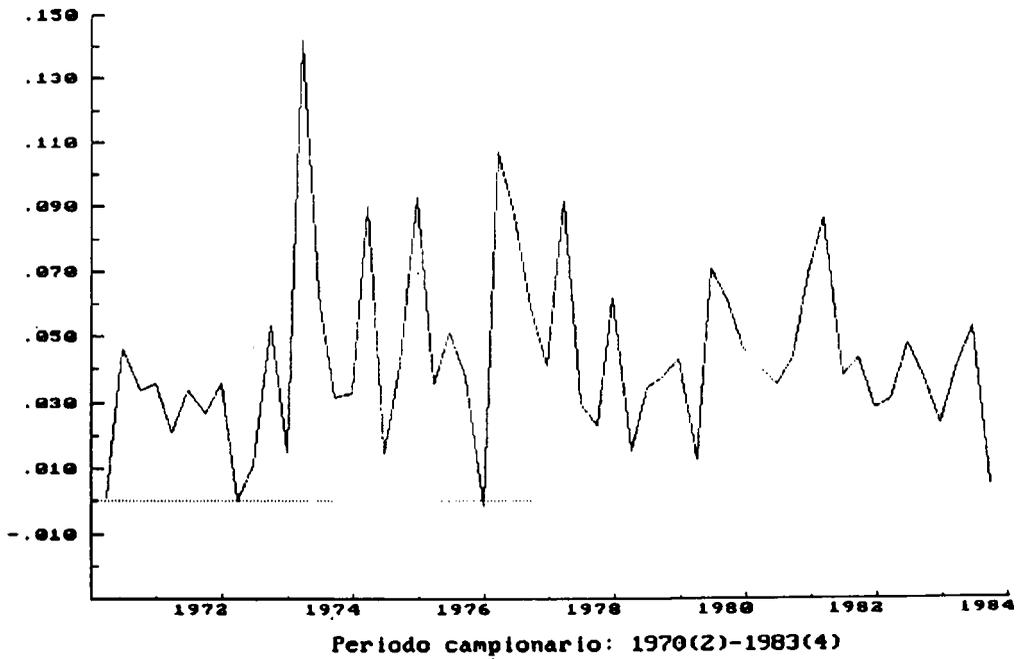


figura 10

$Dlrtumf = lrtumf(t) - lrtumf(t-1)$



### 6.1 Analisi di integrazione

L'evoluzione temporale delle serie è illustrata nelle figure 1-10 dove compaiono i grafici dei valori in livelli e nelle differenze prime. Le tavole 2, 3 e 4 contengono i risultati dell'applicazione dei test proposti da Sargan-Bhargava, Fuller e Dickey-Fuller illustrati nel paragrafo 3.

Considerando i valori del test di Sargan-Bhargava si può notare come le serie relative all'equazione (6.1) non siano integrate di ordine 0. Tale risultato è confermato anche dall'applicazione della procedura di Dickey-Fuller: nella tavola 3 viene presentata la serie completa di test statistici suggerita da Dickey-Fuller a cui è possibile applicare la strategia proposta da Dolado-Jenkinson (1987). Le variabili LDVD e LVADVD sembrano essere caratterizzate da un processo generativo del tipo (3.15); si osservi in particolare come  $\tau_\tau$  e  $\phi_3$  non siano significativi, mentre lo sia  $\phi_2$ . La variabile LCLDVD merita un'analisi più attenta. La significatività di  $\phi_3$ , infatti, induce a considerare la presenza di un trend, ovvero il modello (3.16). E' necessario, quindi, verificare la significatività della variabile di trend nel caso in cui l'ipotesi nulla (la serie sia I(1)) è vera. Il valore di tale test è indicato con trend nella tavola 3 e, come si può notare, è significativo. In questo caso  $\tau_\tau$  dovrebbe essere distribuito asintoticamente come una normale e quindi il test sembrerebbe rifiutare l'ipotesi nulla di non stazionarietà.

Se si applica la procedura del test di Dickey-Fuller aumentato (ADF) (tav. 4) le variabili LDVD e LVADVD presentano gli stessi risultati del test DF. L'unica differenza riguarda la variabile LCLDVD:  $\phi_3$  in questo caso non è più significativo e l'insieme dei test sembra indicare la presenza di una radice unitaria. Ciò è più in linea con i risultati della procedura di Sargan Bhargava e sembra più accettabile anche in considerazione del fatto che LCLDVD presenta una più accentuata autocorrelazione (si noti che per ottenere un termine di disturbo approssimativamente white

Tav. 2

Test di Sargan-Bhargava

	R1	R2	N1	N2	$\hat{b}$	$t_b$
EQUAZIONE (6.1)						
LDVD	.01	.52	.002	.51	.01	7.20
LVADVD	.01	.20	.002	.06	.01	5.72
LCLDVD	.03	.09	.003	.03	.01	3.53
EQUAZIONE 6.2						
LRTUIC	.01	.12	.01	.12	.04	12.2
LRTUMF	.01	.14	.01	.13	.04	11.7

Nota: R1, R2, N1, N2,  $\hat{b}$  e  $t_b$  rappresentano i valori dei test di Sargan-Bhargava e del coefficiente del trend con il relativo t-statistico secondo le formule illustrate nel paragrafo 3.1.

Tav. 3

Test di Dickey-Fuller

	$\tau_\tau$	$\tau_\mu$	$\tau$	$\tau_{\beta\tau}$	$\phi_3$	$\tau_{\alpha\mu}$	$\phi_2$	TREND	COST
EQUAZIONE (6.1)									
LDVD	-3.35	-.11	7.19	3.35	5.62	.20	24.01	.12	7.2
LVADVD	-1.50	-1.89	5.67	1.19	2.52	1.98	13.19	-1.7	5.7
LCLDVD	-2.70	-3.41	3.48	1.34	6.81	3.46	9.59	-2.4	3.5
EQUAZIONE (6.2)									
LRTUIC	-1.78	-.22	11.8	1.77	1.59	1.53	51.7	-0.09	12.19
LRTUMF	-2.74	.21	11.4	2.76	3.84	.99	51.4	.38	11.52

Nota: Il significato dei simboli relativi ai vari test è descritto nel paragrafo 3.2.  
 TREND è il valore del t-statistico di una variabile di trend nella regressione di  $\Delta y$  su tale variabile e una costante.  
 COST è il valore del t-statistico della costante in  $\Delta y = \text{COST} + \text{errore}$ .

Test di Dickey-Fuller aumentato

	$\tau_\tau$	$\tau_\mu$	$\tau$	$\tau_{\beta\tau}$	$\phi_3$	$\tau_{\alpha\mu}$	$\phi_2$	TREND	COST	LAG
EQUAZIONE (6.1)										
LDVD	-2.57	.19	6.26	2.58	3.36	-.06	16.55	.35	6.26	2
LVADVD	-2.67	-1.36	2.54	2.47	4.07	1.41	5.19	-.95	2.57	2
LCLDVD	-2.08	-1.57	1.48	1.51	2.41	1.59	2.40	-.69	1.50	3
EQUAZIONE (6.2)										
LRTUIC	-1.85	-.56	4.11	1.82	1.81	1.62	7.81	-.44	4.38	2
LRTUMF	-2.35	-0.34	4.66	2.36	2.78	1.27	10.37	.09	4.88	2

Nota: LAG è il numero dei ritardi usato per il test ADF; per il significato degli altri simboli si veda la tav. 3.

noise si sono dovuti utilizzare 3 ritardi)<sup>26</sup>. Occorre, inoltre, considerare che la serie di LCLDVD (si vedano le figg. 5 e 6) presenta un mutamento strutturale nel primo trimestre del 1974: i tassi di crescita della variabile sono, infatti, più elevati nella prima metà degli anni '70. Per considerare esplicitamente la presenza di un break strutturale, si sono ricalcolati i test di integrazione per LCLDVD seguendo le procedure di Rappoport-Reichlin (1987 e 1989) e Hendry-Neale (1989). I risultati tendono a confermare l'ipotesi della presenza di una radice unitaria nella serie.

Per quanto concerne l'equazione (6.2), il test di Sargan-Bhargava fornisce indicazioni piuttosto nette circa la non stazionarietà delle due serie considerate. In particolare, il modello che trova maggior sostegno (si noti il valore del t statistico del coefficiente del trend) sembra quello rappresentato dall'equazione (3.15); ciò è confermato anche dall'analisi del test DF e ADF.

26. Le proprietà del termine di disturbo relativamente alla correlazione seriale sono state sottoposte a verifica mediante Lagrange multiplier tests proposti da Godfrey (1978) e modificati per i piccoli campioni da Harvey (1981).

In conclusione, l'analisi di integrazione delle serie utilizzate nelle relative specificazioni sembra confermare la caratteristica di non stazionarietà per ognuna delle variabili. A conferma di questi risultati si è ripetuta l'analisi di integrazione per le differenze prime delle serie in esame ottenendo risultati a favore dell'ipotesi di stazionarietà.

## 6.2 Analisi di cointegrazione

Dopo aver verificato l'ordine di integrazione delle serie si può procedere all'analisi di cointegrazione secondo le modalità di Granger ed Engle (1987) e di Johansen (1988, 1989a e b). Nel corso del paragrafo verrà presa in considerazione anche la stima della specificazione con ECM.

### 6.2.1 Equazione (6.1)

La prima fase della procedura di Granger ed Engle consiste nella stima della specificazione statica dell'equazione (6.1). La presenza di 3 variabili implica la possibilità che esista più di un vettore di cointegrazione. E' perciò necessario regredire ogni variabile sulle altre onde individuare lo spazio di cointegrazione. Come si può osservare nella tavola 5, per quanto concerne le variabili LVADVD e LCLDVD, le stime dei coefficienti sembrano delimitare in modo sufficientemente preciso lo spazio di cointegrazione una volta che si considerino le regressioni con il migliore adattamento ai dati osservati: il valore del coefficiente stimato di LVADVD (0.95 e 1.07 nei due casi) non pare scostarsi molto dall'unità. L'elevato valore dell' $R^2$  relativo alle prime due regressioni (0.98), inoltre, sembra indicare che il bias sulla stima dei coefficienti sia piuttosto contenuto (cfr. Banerjee et al., 1986). Il coefficiente della variabile LCLDVD denota, tuttavia, una certa variabilità dovuta probabilmente alla presenza di un cambiamento strutturale nella serie. Passando ai test di cointegrazione (si veda tav. 6), il valore dei test di Dickey-Fuller e

dell'Augmented Dickey-Fuller risultano non significativi<sup>27</sup> e quindi che non esiste cointegrazione tra le variabili in esame. Ciò contrasta sia con i risultati ottenuti con il CRDW, sia con la stima della specificazione con ECM (si veda la tav. 7), dove il coefficiente del termine di correzione dell'errore è fortemente significativo<sup>28</sup>. L'origine di queste diverse indicazioni è analizzata da Dolado-Jenkinson (1987) e Dolado-Ericsson-Kremers (1989). La specificazione con ECM è caratterizzata da risultati notevolmente più precisi e affidabili, poiché considera esplicitamente la dinamica di breve periodo.

Questa osservazione trova riscontro nell'analisi di Johansen. Come si può notare nella tavola 8, le variabili che compaiono nell'equazione (6.1) sono caratterizzate da un vettore di cointegrazione significativo, corrispondente all'autovalore più elevato.

Tav. 5

Analisi di cointegrazione - specificazione statica

EQUAZIONE (6.1)				EQUAZIONE (6.2)				
VAR. VAR. INDIP.	DIP.	LDVD	LVADVD	LCLDVD	VAR. VAR. INDIP.	DIP.	LRTUIC	LRTUM
COST		1.833	1.967	3.292	COST		-.237	-.25
LVADVD		.949	1.073	1.537	LRTUM		.984	.986
LCLDVD		-.292	-.473	-.785	LRTUIC		1.000	1.000
LDVD		1.000	1.000	1.000	R <sup>2</sup>		.99	.99
R <sup>2</sup>		.98	.98	.90				

Nota: I valori dei coefficienti sono normalizzati rispetto al coefficiente stimato di LDVD per l'equazione (6.1) e LRTUIC per l'equazione (6.2).

27. Si è considerato un ritardo, ma i risultati non mutano significativamente con un diverso numero di ritardi per l'ADF.

28. Una spiegazione plausibile di questi risultati è la già citata presenza di un break strutturale nella variabile LCLDVD. Considerando esplicitamente questo fenomeno, le stime del coefficiente di LCLDVD si avvicinano maggiormente ai valori ottenuti con la specificazione ECM e i test di cointegrazione risultano significativi.

Test di cointegrazione

EQUAZIONE (6.1)					EQUAZIONE (6.2)				
VAR. DIP.	CRDW	DF	ADF	LAG	VAR. DIP.	CRDW	DF	ADF	LAG
LDVD	.32	-1.86	-2.33	1	LRTUIC	.92	-4.10	-2.49	2
LVADVD	.33	-1.97	-2.52	1	LRTUM	.92	-4.09	-2.46	2
LCLDVD	.21	-2.25	-2.18	1					

Legenda

- CRDW = cointegrating regression Durbin-Watson
- DF = Dickey-Fuller test
- ADF = Augmented Dickey-Fuller
- LAG = numero di ritardi utilizzato nel test ADF

L'analisi di Johansen è stata condotta secondo la procedura descritta nel paragrafo 4. Il primo passo consiste nel determinare il termine massimo di ritardo per rendere approssimativamente white noise la distribuzione dell'errore. Nel caso dell'equazione (6.1) il ritardo massimo è pari a 2. Successivamente si calcolano le correlazioni canoniche mediante la determinazione degli autovalori nella (4.15). In questo stadio dell'analisi è importante chiarire l'ipotesi circa il ruolo del termine di intercetta: per quanto concerne l'equazione (6.1) si è optato per l'inclusione di una costante nella relazione di cointegrazione, imponendo la restrizione  $\mu = \alpha \cdot \beta'_0$ .

Le stime degli autovalori e degli autovettori compaiono nella tavola 8; si osservi che le componenti degli autovettori (i coefficienti delle variabili) sono normalizzati rispetto a quella relativa a LDVD. Il valore della componente della variabile LVADVD nell'autovettore non è molto diverso da quanto ottenuto con la stima della specificazione statica della tavola 6. Tale valore non sembra essere significativamente diverso da 1, indicando l'esistenza di un'elasticità unitaria tra LDVD e LVADVD. Ciò trova conferma nell'applicazione del test (4.18); verificando la restrizione, infatti, si ottiene  $W_R = 1.12$  che, confrontato con il corrispondente valore della distribuzione  $\chi^2(1)$  al 5 per cento non risulta significativo. L'ipotesi di elasticità unitaria perciò può essere accettata.

### 6.2.2 Equazione (6.2)

Nel caso dell'equazione (6.2) l'analisi di cointegrazione è più semplice: la presenza di due sole variabili implica che, se esiste, il vettore di cointegrazione è unico e consente di ottenere risultati di più immediata interpretazione. Ciò trova conferma fin dal primo stadio dell'analisi di Granger ed Engle, ovvero nella stima della specificazione statica di lungo periodo. I valori dei coefficienti delle regressioni di LRTUIC e LRTUM, infatti, appaiono abbastanza precisi come anche il valore di  $R^2$  - pari a 0.99 - nelle due regressioni dimostra. Il valore significativo dei test di cointegrazione, inoltre, così come si evince dalla tavola 6 suggerisce chiaramente la presenza di un vettore di cointegrazione tra LRTUIC e LRTUM. Si noti, infine, come il valore del coefficiente stimato di LRTUM non appaia diverso da 1 in modo significativo.

Alle stesse conclusioni si giunge sia mediante la stima della specificazione con ECM (si veda tav. 7), sia con l'analisi di Johansen<sup>29</sup>. Nel primo caso, la stima del coefficiente del termine di correzione dell'errore è significativamente diversa da 0 (il valore del t-statistico è pari a 3.09). Nel secondo caso, il test di Johansen consente di individuare con una certa sicurezza la presenza di un vettore di cointegrazione. Ciò che colpisce nell'analisi dell'equazione (6.2) è l'uniformità nei risultati della stima dei coefficienti secondo le varie modalità applicate. In effetti, anche nel caso dell'analisi di Johansen, l'applicazione del test (4.18) consente facilmente di accettare l'ipotesi di elasticità unitaria tra LRTUIC e LRTUM<sup>30</sup>.

---

29. Anche nel caso dell'equazione (6.2) si è deciso di considerare la presenza di una costante nel vettore di cointegrazione. Il valore massimo del ritardo utilizzato nella stima è 2.

30. In questo caso  $W_R = 0,22$  e deve essere confrontato con il valore della distribuzione  $\chi^2(1)$  al prescelto livello di significatività.

Tav. 7

Equazione (6.1)

$$\begin{aligned} \text{LDVD} = & .268 + .828 \text{LDVD}_{-1} + .172 \text{LVADVD} - .054 \text{LCLDVD} \\ & (2.595) \quad (18.896) \quad (3.913) \quad (-2.892) \\ & + \text{DUMMY} \end{aligned}$$

Specificazione di lungo periodo

$$\text{LDVD} = 1.558 + \text{LVADVD} - .314 \text{LCLDVD}$$

Equazione (6.2)

$$\begin{aligned} \Delta \text{LRTUIC} = & - .102 + .591 \Delta \text{LRTUM} + .344[\text{LRTUIC}_{-1} - \text{LRTUM}_{-1}] + \text{DUMMY} \\ & (-2.47) \quad (5.15) \quad (3.09) \end{aligned}$$

Specificazione di lungo periodo

$$\text{LRTUIC} = - .296 + \text{LRTUM}$$

Nota: Le variabili con una L iniziale sono espresse in logaritmi.  
Il t-statistico dei vari coefficienti stimati è indicato fra parentesi.  
Per maggiori informazioni sulle due equazioni illustrate cfr. Banca d'Italia (1986).

Analisi di Johansen

EQUAZIONE (6.1)				
AUTOVET. \ λ	0	.069	.129	.389
LDVD	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
LVADVD	.58	4.34	1.06	.88
LCLDVD	.00	-7.03	-.37	-.13
COST	3.05	17.43	-1.32	1.43

EQUAZIONE (6.2)			
AUTOVET. \ λ	.02	.16	.37
LRTUIC	-1.00	-1.00	-1.00
LRTUMF	1.34	.98	.99
COST	-2.73	-.21	-.48

	TEST W	P 90	P 95
H0	37.23	32.09	35.07
H1	11.13	17.96	20.17
H2	3.80	7.56	9.09

	TEST W	P 90	P 95
H0	34.13	17.96	20.17
H1	9.15	7.56	9.09

	TEST W <sub>S</sub>	P 90	P 95
H0	26.10	19.80	21.89
H1	7.33	13.78	15.75
H2	3.80	7.56	9.09

	TEST W <sub>S</sub>	P 90	P 95
H0	24.98	13.78	15.75
H1	9.15	7.56	9.09

Legenda

- λ = autovalori
- H<sub>i</sub>(i=0,...) = ipotesi nulla del test di Johansen
- P<sub>90</sub>, P<sub>95</sub> = valori al 90 e 95 per cento di probabilità tabulati da Johansen (1989).

## 7. Conclusioni

In questo lavoro si è presentata una rassegna dei recenti sviluppi dell'analisi della cointegrazione. Non tutti gli ultimi contributi sono stati considerati: ad esempio non sono stati analizzati gli ultimi test per verificare la presenza di radici unitarie sulla base della varianza delle serie secondo quanto proposto da Cochrane (1988). Nonostante questi limiti, la rassegna condotta dovrebbe tuttavia avere chiarito l'applicazione di procedure volte a determinare sia l'ordine di integrazione di una serie storica, sia l'esistenza di un vettore di cointegrazione tra le variabili.

I vantaggi potenziali offerti dall'analisi della cointegrazione sono numerosi. Si ha la possibilità di verificare l'esistenza di relazioni di lungo periodo senza doversi occupare della stima della struttura dinamica e degli aggiustamenti di breve periodo. Inoltre, viene eliminato, o grandemente ridotto, il rischio di regressioni spurie o di stime senza alcun fondamento econometrico-statistico. Questi vantaggi permangono sia in presenza di errori di misurazione nei dati, sia in presenza di simultaneità tra le variabili. Infine, nell'approccio di Johansen, è possibile verificare ipotesi di interesse economico già nella relazione di lungo periodo, senza necessariamente analizzare la specificazione completa.

Tuttavia, nonostante questi aspetti particolarmente positivi, la cointegrazione presenta anche una serie di limiti. In primo luogo le stime ottenute, sebbene consistenti, sono distorte e il fattore di bias, sulla base dei primi risultati empirici, sembra permanere anche in campioni di non piccola numerosità. E' da notare che la disponibilità di molte osservazioni non va intesa solo in senso numerico, perché allora basterebbe passare da frequenze trimestrali a frequenze mensili o decadali: ciò che è necessario è un numero elevato di osservazioni e un lungo periodo temporale, il tutto nell'ipotesi che non vi siano stati cambiamenti strutturali. Inoltre, la potenza dei test per verificare la presenza di radici

unitarie è in genere bassa quando l'ipotesi alternativa è costituita da processi autoregressivi con un valore di  $\rho$  inferiore ma vicino all'unità.

Un'altra considerazione importante è che l'assenza di cointegrazione può essere dovuta all'omissione di variabili rilevanti nella relazione stimata: nello stesso senso agiscono trasformazioni non lineari della specificazione. Il problema delle variabili omesse e della forma funzionale, problemi ben noti nell'analisi econometrica tradizionale, ritornano quindi anche nell'analisi della cointegrazione. Non solo, ma cambiamenti strutturali nelle relazioni, se ignorati, possono portare ad accettare erroneamente l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione.

Un ultimo problema riguarda la presenza di stagionalità nelle serie da analizzare; in tal caso, infatti, è probabile che queste serie siano integrate alla frequenza stagionale propria e, possibilmente, anche a frequenze non stagionali. Questo può rendere non più consistenti le stime del vettore di cointegrazione se l'ordine di integrazione stagionale è diverso tra le serie. Prima di procedere all'analisi di cointegrazione è quindi necessario verificare l'ordine complessivo di integrazione tra le serie e la presenza o meno di drift nella relazione. A tal fine è necessario servirsi di test che costituiscono un adattamento di quelli già esaminati in precedenza. Si può poi procedere all'analisi di cointegrazione. Quest'ultima potrebbe anche essere effettuata, oltre che sulle serie grezze, anche sulla loro aggregazione annuale. L'analisi di cointegrazione, infatti, è basata sulla presenza di una relazione di lungo periodo che non richiede la stima dei fattori stagionali, purché la velocità di aggiustamento verso i valori di equilibrio non sia elevata; se questo non avviene, non sembrerebbe esservi una significativa perdita di informazioni rinunciando all'uso delle frequenze stagionali. Alternativamente si può procedere a destagionalizzare le serie; tuttavia, la procedura di destagionalizzazione seguita è in qualche modo arbitraria e potrebbe creare delle distorsioni nella stima delle componenti di ciclo e di trend. Infine, rimane la possibilità di procedere all'analisi di cointegrazione sulle serie grezze. Si tratta, quindi,

di un insieme di combinazioni piuttosto ampio. La presenza di più di due variabili stagionali rende poi la valutazione ancora più difficile perché gli ordini di integrazione stagionale potrebbero compensarsi. Allo stato attuale, l'analisi di cointegrazione su variabili stagionali appare quindi molto complessa e delicata ed è consigliabile una notevole cautela nel giudicare i risultati ottenuti in questo contesto.

Un'ulteriore raccomandazione riguarda l'importanza dell'esame visivo delle diverse serie considerate; in particolare, come è stato più volte messo in rilievo, i vari test utilizzati presentano numerosi limiti e cointroindicazioni e quindi il loro utilizzo deve essere accompagnato dall'analisi grafica che in molti casi può fornire informazioni particolarmente utili.

Nel paragrafo 6 si è illustrata un'applicazione delle metodologie proposte a due relazioni già stimate per il modello econometrico della Banca d'Italia: l'equazione di determinazione dell'occupazione nel settore dei servizi destinabili alla vendita e l'equazione di formazione dei salari nel settore delle costruzioni. Ai fini di una verifica delle tecniche qui presentate, si è preferito utilizzare relazioni su cui era già accumulata un'ampia evidenza empirica. Inoltre, le due specificazioni considerate erano già espresse come equazioni in termini di correzione dell'errore (ECM) e quindi particolarmente adatte all'analisi di cointegrazione. I risultati ottenuti hanno mostrato la robustezza delle specificazioni scelte e una sostanziale convergenza sia dei test di integrazione, sia delle procedure di analisi della cointegrazione. La procedura di Johansen consente di individuare, oltre che l'assenza o la presenza di cointegrazione, anche il vettore (o i vettori) di cointegrazione, nonché la possibilità di verificare ipotesi sui loro valori.

In sintesi, le tecniche di cointegrazione sono ormai un importante strumento di ricerca per l'analisi economica. I limiti e l'ancora scarsa disponibilità di esperienze empiriche al riguardo portano tuttavia a ritenere che la loro applicazione debba essere considerata come un importante complemento dell'approccio tradizionale della scuola inglese di econometria.

## APPENDICE

### Test di integrazione stagionale

I test proposti per l'analisi di integrazione stagionale, considerando come esempio serie trimestrali, sono:

a) il test di Dickey-Fuller aumentato (ADF), che consiste nel verificare la significatività di  $\beta$  nella regressione:

$$(A.1) \Delta X_t = \beta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta X_{t-i} + u_t$$

dove  $p$  è il massimo ordine del ritardo. L'ipotesi nulla è  $X_t \sim I(1,0)$  contro l'ipotesi alternativa  $X_t \sim I(0,0)$  e i valori critici da utilizzare sono quelli presentati da Fuller (1976) per le regressioni che includono l'intercetta<sup>31</sup>.

b) Il test di Dickey-Hasza-Fuller (1984) (DHF) verifica la significatività del parametro  $\beta$  in

$$(A.2) \Delta_4 X_t = \beta z_{t-4} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta_4 X_{t-i} + u_t$$

dove  $z_t = \hat{\lambda}(L)X_t = (1 - \hat{\lambda}_1 L - \dots - \hat{\lambda}_p L^p)X_t$ .

Le stime dei coefficienti  $\hat{\lambda}_i$  sono a loro volta ottenute dalla regressione di  $\Delta_4 X_t$  su  $\Delta_4 X_{t-1}, \dots, \Delta_4 X_{t-p}$ .

I valori critici sono forniti da DHF nella tavola 7 a pag. 362. L'ipotesi nulla è  $X_t \sim I(1,0)$  contro l'ipotesi alternativa  $X_t \sim I(0,0)$ .

c) Il test di Hylleberg-Engle-Granger-Yoo (1988) (HEGY),

---

31. Si veda Dickey, Bell, Miller (1986).

consiste nel verificare la significatività dei parametri  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  e  $\pi_3$  nell'equazione

$$\Delta_4 X_t = \pi_1 Z_{1,t-1} + \pi_2 Z_{2,t-1} + \pi_3 Z_{3,t-2} + \sum_{i=1}^P \Delta_4 X_{t-i} + u_t$$

dove

$$\begin{aligned} Z_{1t} &= \hat{\lambda}(L)(1+L+L^2+L^3)X_t \\ Z_{2t} &= -\hat{\lambda}(L)(1-L+L^2-L^3)X_t \\ Z_{3t} &= -\hat{\lambda}(L)(1-L^2)X_t \end{aligned}$$

con il vettore dei  $\hat{\lambda}$  ottenuti come in DHF.

L'ipotesi nulla più generale è  $H_0 \sim I(0,1)$  che può essere scomposta in:

$$\begin{aligned} (1-L^4) &= (1-L)(1+L)(1+L^2) \\ &= (1-y_1L)(1+y_2L)(1+y_3L^2) \end{aligned}$$

con  $y_i = 1$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Ciascun  $\pi_i$  rappresenta la differenza tra il corrispondente  $y_i$  e il suo valore sotto l'ipotesi nulla. Le ipotesi alternative sono:

$$X_t \sim I(1,0): \pi_1 = 0, \pi_2 \text{ o } \pi_3 \neq 0$$

$$X_t \sim I(0,0): \pi_1 \neq 0, \pi_2 \text{ e } \pi_3 \neq 0$$

I valori critici sono riportati in HEGY.

d) Il test di Hasza-Fuller modificato (HF) (1982) verifica la significatività congiunta del vettore  $\beta$  in:

$$(A.3) \Delta\Delta_4 X_t = \beta_1 Z_{4,t-1} + \beta_2 Z_{5,t-4} + \sum_{i=1}^P \alpha_i \Delta\Delta_4 X_{t-i} + u_t$$

dove  $z_{4t} = \hat{\lambda}(L)\Delta_4 X_t$  e  $z_{5t} = \hat{\lambda}(L)\Delta X_t$ . In questo caso i parametri  $\hat{\lambda}_i$  sono ottenuti dalla regressione di  $\Delta\Delta X_t$  su  $\Delta\Delta_4 X_{t-1}, \dots, \Delta\Delta_4 X_{t-p}$ . L'ipotesi nulla è  $X_t \sim I(1,1)$  contro l'ipotesi alternativa  $X_t \sim I(0,0)$  o  $I(0,1)$  o  $I(1,0)$ .

e) Il test di Osborn-Chui-Smith-Birchenhall (1988) (OCSB) verifica la significatività dei parametri  $\beta_1$  e  $\beta_2$  in (A.3), utilizzando la stessa struttura delle ipotesi nulle e alternative di cui al punto d). I valori critici, ottenuti per simulazione, sono contenuti in OCSB. Per una discussione delle proprietà di ciascuno di questi test e un confronto fra essi, si rimanda a HEGY, OCSB e Ilmakunnas (1990).

## BIBLIOGRAFIA

- BABA, Y. - HENDRY, D.F. - STARR, R.M. (1987), U.S. Money Demand, 1960-1984, Oxford, Nuffield College.
- BAILLIE, R.T. - BOLLERSLEV, T. (1989), Common Stochastic trends in a System of Exchange Rates, "The Journal of Finance", 64, pp. 167-181.
- BANCA D'ITALIA (1986), Modello trimestrale dell'economia italiana, "Temi di discussione", n. 80, voll. I e II, dicembre.
- BANERJEE, A. ET AL. (1986), Exploring Relationships in Econometrics Through Static Model: Some Monte Carlo Evidence, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 48, pp. 253-277.
- \_\_\_\_\_ - DOLADO, J. (1988), Tests of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis in the Presence of Random Walk: Asymptotic Theory and Small-Sample Interpretations, "Oxford Economic Papers", 40, pp. 610-633.
- \_\_\_\_\_ - GALBRAITH, J.W. - DOLADO, J. (1988), Dynamic Specification with the General Error-Correction Form, Oxford, Institute of Economics and Statistics, mimeo.
- BARDSEN, G. (1989), Estimation of Long Run Coefficients in Error Correction Models, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 51, pp. 345-350.
- BHARGAVA, A. (1986), On the Theory of Testing for Units Roots in Observed Time Series, "Review of Economic Studies", 53, pp. 369-384.
- BIRCHENHALL, C.R. - BLADEN-HOVELL, R.C. - CHUI, A.P.L. - OSBORN, D.R. - SMITH, J.P. (1989), A Seasonal Model of Consumption, "The Economic Journal", 99, pp. 837-843.
- BOX, G.E.P. - JENKINS, G.M. (1970), Time Series Analysis: Forecasting and Control, San Francisco, "Holden-Day".
- CAMPBELL, J.Y. (1987), Does Saving Anticipate Declining Labor Income? An Alternative Test of Permanent Income Hypothesis, "Econometrica", 55, pp. 1249-1274.
- \_\_\_\_\_ - SHILLER, R.J. (1987), Cointegration and Tests of Present Value Models, "Journal of Political Economy", 95, pp. 1062-1088.

- CARRUTH, A.A. (1987), Cointegration and Error Correction Mechanism: Do Existing Studies Benefit from Hindsight?, Wilfried Laurier University, Discussion Paper.
- CLEMENTS, M.P. (1989a), The Estimation and Testing of Cointegrating Vectors: a Survey of Recent Approaches and Application to the Non-Durable Consumption Function, Oxford Applied Economics Discussion Paper, n. 79.
- \_\_\_\_\_ (1989b), Cointegration and Model Evaluation: an Application to the Long-Run Consumption Function, Oxford, Institute of Economics and Statistics, mimeo.
- \_\_\_\_\_ (1989c), The Mathematical Structure of Models that Exhibit Cointegration: A Survey of Recent Approaches, Oxford, Institute of Economics and Statistics, mimeo.
- COCHRANE, J.H. (1988), How Big Is the Random Walk in GNP?, "Journal of Political Economy", 96, pp. 893-920.
- DAVIDSON, J.E.H. - HENDRY, D.F. - SRBA, F. - YEO, S. (1978), Econometric Modelling of the Aggregate Time-Series Relationship between Consumer's Expenditure and Income in the United Kingdom, "Economic Journal", 88, pp. 661-692.
- DEATON, A. (1988), Life-Cycle Models of Consumption: Is the Evidence Consistent with the Theory?, in T.F. Bewley (ed.) "Advances in Econometrics", Fifth World Congress, vol. II, Cambridge, C.U.P.
- DICKEY, D.A. - FULLER, W.A. (1981), Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, "Econometrica", 49, pp. 1057-1077.
- \_\_\_\_\_ - HASZA, D.P. - FULLER, W.A. (1984), Testing for Unit Roots in Seasonal Time Series, "Journal of American Statistical Association", 79, pp. 355-367.
- \_\_\_\_\_ - BELL, W.R. - MILLER, R.B. (1986), Unit Roots in Time Series Models: Test and Implications, "The American Statistician", 40, pp. 12-26.
- \_\_\_\_\_ - PANTULA, S.G. (1987), Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes, "Journal of Business and Economic Statistics", 5, pp. 455-462.
- DIEBOLD, F.X. - NERLOVE, M. (1988), Unit Roots in Economic Time Series: a Selective Survey, Federal Reserve Board, Finance and Economics, Discussion Series, n. 49.
- DOLADO, J. - JENKINSON, T. (1987), Cointegration: A Survey of Recent Developments, Oxford, Institute of Economics and Statistics, Discussion Paper, n. 39.

- \_\_\_\_\_ - BANERJEE, A. - GALBRAITH, J.W. (1988), Does GNP Have a Unit Root? A Detailed Examination Using Recursive Methods, Oxford, Institute of Economics and Statistics, mimeo.
- \_\_\_\_\_ - GALBRAITH, J.W. - BANERJEE, A. (1988), Estimating Euler Equations with Integrated Series, Oxford, Institute of Economics and Statistics, mimeo.
- \_\_\_\_\_ - ERICSSON, N.R. - KREMERS, J.J. (1989), Inference in Conditional Dynamic Models with Integrated Variables, articolo presentato all'Econometric Society European Meeting, Monaco, 4-8 settembre.
- ENGLE, R.F. (1987), On the Theory of Cointegrated Economic Time Series, University of California.
- \_\_\_\_\_ - YOO, B.S. (1987), Forecasting and Testing in Co-integrated Systems, "Journal of Econometrics", 35, pp. 143-159.
- \_\_\_\_\_ - GRANGER, C.W.J. (1987), Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing, "Econometrica", 55, pp. 251-276.
- \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ - HALLMAN, J.J. (1989), Merging Short- and Long-Run Forecasts. An Application of Seasonal Cointegration to Monthly Electricity Sales Forecasting, "Journal of Econometrics", 40, pp. 45-62.
- EVANS, G.B.A. - SAVIN, N.E. (1981), Testing for Unit Roots I, "Econometrica", 49, pp. 753-779.
- \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ (1984), Testing for Unit Roots II, "Econometrica", 52, pp. 1241-1270.
- FLAVIN, M. (1981), The Adjustment of Consumption to Changing Expectations about Future Income, "Journal of Political Economy", October, pp. 974-1009.
- FULLER, W.A. (1976), Introduction to Statistical Time Series, New York, Wiley.
- GIANNINI, C. (1989a), Recenti sviluppi dell'analisi delle serie storiche e riflessi sulla modellistica econometrica, versione preliminare di una relazione per la XXXV Riunione Scientifica della Società Italiana di Statistica, Padova, 18-21 aprile 1990.
- \_\_\_\_\_ (1989b), Cointegrazione, analisi di rango e stima consistente dello spazio di cointegrazione partendo dalle stime di VAR in livelli, Università di Ancona, Quaderno n. 13.

- MOSCONI, R. (1989), Non stazionarietà, integrazione, cointegrazione: analisi di alcuni aspetti della letteratura recente, Università di Ancona, Quaderno n. 14.
- GILBERT, C.L. (1986), Professor Hendry's Econometric Methodology, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 48, pp. 283-307.
- (1989), LSE and the British Approach to Time Series Econometrics, in "History and Methodology of Econometrics" edited by N. De Marchi and C. Gilbert, Oxford Economic Papers, 41, Jan., pp. 108-128.
- GODFREY, L.G. (1978), Testing against General Autoregressive and Moving Average Error Models when the Regressors Include Lagged Dependent Variables, "Econometrica", 46, pp. 1293-1302.
- GRANGER, C.W.J. (1981), Some Properties of Times Series Data and Their Use in Econometric Model Specification, "Journal of Econometrics", 16, pp. 121-130.
- (1983), Co-integrated Variables and Error-Correcting Models, University of California, "Working Paper", n. 83-13.
- (1986), Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 48, pp. 213-228.
- NEWBOLD, P. (1974), Spurious Regressions in Econometrics, "Journal of Econometrics", 2, pp. 111-120.
- JOYEUX, R. (1980), An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing, "Journal of Time Series Analysis", 1, pp. 15-39.
- WEISS, A.A. (1983), Time Series Analysis of Error Correcting Models, in "Studies in Econometrics, Times Series and Multivariate Analysis", edited by S. Karlin et al., New York, Academic Press, pp. 255-278.
- ENGLE, R.F. (1985), Dynamic Model Specification with Equilibrium Constraints: Cointegration and Error Correction, UCSD, Discussion Paper.
- GUILKEY, D.K. - SCHMIDT, P. (1989), Extended Tabulation for Dickey-Fuller Test, "Economics Letters", 31, pp. 355-358.
- HALDRUP, N. - HYLLEBERG, S. (1989), Unit Roots and Deterministic trends, with Yet Another Comment on the Existence and Interpretation of a Unit Root in U.S. GNP, University of Aarhus, Institute of Economics, Memo 1989-3.

HALL, S.G. (1986), An Application of the Granger and Engle Two-Step Estimation Procedure to United Kingdom Aggregate Wage Data, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", vol. 48, 3, pp. 229-239.

\_\_\_\_ (1989), Maximum Likelihood Estimation of Cointegrating Vectors, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 51, pp. 213-218.

\_\_\_\_ - BROOK, S.J. (1986), The Use of Prior Regressions in the Estimation of Error Correction Models, "Economics Letters", 20, pp. 33-37.

\_\_\_\_ - HENRY, S.G.B. (1988), Macroeconomic Modelling, Amsterdam, North-Holland.

HALLMAN, J. (1987), Cointegrated Systems and Error Correction, manuscript.

HANDA, J. - MA, B.K. (1989), Four Tests for the Random Walk Hypothesis, "Economics Letters", 29, pp. 141-145.

HARVEY, A.C. (1981), Econometric Analysis of Time Series, Phillips Allan, London.

\_\_\_\_ - HENRY, S.G.B. - PETERS, S. - WREN-LEWIS, S. (1986), Stochastic Trends in Dynamic Regression Models: an Application to the Employment-Output Equation, "The Economic Journal", 96, pp. 975-985.

HASZA, D.P. - FULLER, W.A. (1982), Testing for Nonstationary Parameter Specifications in Seasonal Time Series Models, "Annals of Statistics", 10, pp. 1209-1216.

HENDRY, D.F. (1986), Econometric Modelling with Cointegrated Variables: An Overview, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 48, pp. 201-212.

\_\_\_\_ - MIZON, G.E. (1978), Serial Correlation as a Convenient Simplification, not a Nuisance: A Comment on a Study of the Demand for Money by the Bank of England, "Economic Journal", 88, pp. 549-563.

\_\_\_\_ - NEALE, A.J. (1989), The Impact of Structural Breaks on Unit-Root Tests, Oxford, Nuffield College, mimeo.

HYLLEBERG, S. - ENGLE, R.F. - GRANGER, C.W.J. - YOO, B.S. (1988), Seasonal Integration and Cointegration, University of California, Discussion Paper, n. 32.

\_\_\_\_ - MIZON, G.E. (1989a), A Note on the Distribution of the Least Squares Estimator of a Random Walk with Drift, "Economics Letters", 29, pp. 225-230.

- (1989b), Cointegration and Error Correction Mechanism, "The Economic Journal", 99, pp. 113-125.
- ILMAKUNNAS, P. (1990), Testing the Order of Differencing in Quarterly Data: An Illustration of the Testing Sequence, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 52, 1, pp. 79-88.
- JOHANSEN, S. (1988), Statistical Analysis of Cointegrating Vectors, "Journal of Economic Dynamics and Control", 12, pp. 231-254.
- (1989a), Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models, "Working Paper", January, University of Copenhagen.
- (1989b), Likelihood Based Inference on Cointegration. Theory and Applications, Centro Universitario di Econometria, Venezia.
- JUSELIUS, K. (1988), Hypothesis Testing for Cointegration Vectors with an Application to the Demand for Money in Denmark and Finland, University of Copenhagen, "Working Paper", n. 88-05 (forthcoming in the Oxford Bulletin of Economics and Statistics).
- JOURNAL OF ECONOMIC DYNAMICS AND CONTROL (1988), Economics Time Series with Random Walk and Other Nonstationary Components, Special Issue.
- JUSELIUS, K. (1988), Cointegration and Identification in a Vector Time Series Model. An Application to the Demand for Money in Denmark, University of Copenhagen, Institute of Economics, n. 88-03.
- (1989), Stationary Equilibrium Error Processes in the Danish Money Market. An Application of ML Cointegration, University of Copenhagen, Institute of Economics.
- KING, R. - PLOSSER, C. - STOCK, J. - WATSON, M. (1987), Stochastic trends and Economic Fluctuations, NBER, "Working Paper", n. 2229.
- LUCAS, R.E. JR. (1976), Econometric Policy Evaluation: A Critique, in "Carnegie-Rochester Conference in Public Policy", North-Holland, Amsterdam, pp. 19-46.
- MANKIW, N.G. - SHAPIRO, M.D. (1985), Trends, Random Walks and Tests of the Permanent Income Hypothesis, "Journal of Monetary Economics", 16, pp. 164-165.
- MILLER, S.M. (1988), Are Saving and Investment Cointegrated?, "Economics Letters", 27, pp. 31-34.

- MILLS, T.C. - TAYLOR, M.P. (1989), Random Walk Components in Output and Exchange Rates: Some Robust Tests on UK Data, "Bulletin of Economic Research", 41, pp. 123-135.
- MOLINAS, C. (1986), A Note on Spurious Regressions with Integrated Moving Average Errors, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 48, pp. 279-282.
- NELSON, C.R. (1987), A Reappraisal of Recent Tests of the Permanent Income Hypothesis, "Journal of Political Economy", 95, n. 3.
- \_\_\_\_\_ - PLOSSER, C.I. (1982), Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series, "Journal of Monetary Economics", 10, pp. 139-162.
- NERLOVE, M. (1989), Unit Roots in Economic Time Series: An Introduction, in corso di pubblicazione in "Advances in Econometrics: Co-Integration, Spurious Regressions and Unit Roots", edited by T.B. Fomby e G.B. Rhodes, JAI Press.
- NICKELL, S.J. (1987), The NAIRU Some Theory and Facts, in R. Cross (ed.), "Unemployment Hysteresis and the Natural Rate Hypothesis", Oxford, Blackwell.
- OSBORN, D.R. (1987a), Modelling Seasonal Time Series and the Implications of Periodically Varying Coefficients, University of Manchester, Discussion Paper, n. ES180.
- \_\_\_\_\_ (1987b), Seasonality and Habit Persistence in a Life Cycle Model of Consumption, University of Manchester, Discussion Paper, n. ES182.
- \_\_\_\_\_ - SMITH, J.P. (1986), The Performance of Periodic Autoregressive Models in Forecasting Seasonal UK Consumption, University of Manchester, Discussion Paper, n. ES172.
- \_\_\_\_\_ - CHUI, A.P.L. - SMITH, J.P. - BIRCHENHALL, C.R. (1988), Seasonality and the Order of Integration for Consumption, "Oxford Bulletin of Economics and Statistics", 4, pp. 361-377.
- OXFORD BULLETIN OF ECONOMICS AND STATISTICS (1986), Econometric Modelling and Cointegrated Variables, vol. 48, 3, Special Issue.
- OXFORD ECONOMIC PAPERS (1989), History and Methodology of Econometrics, Special Issue, Jan.
- PAGAN, A. (1987), Three Econometric Methodologies: A Critical Appraisal, "Journal of Economic Surveys", 1, pp. 3-24.

- PANTULA, S.G. (1988), Asymptotic Distributions of the Unit Root Tests when the Process is Nearly Stationary, Dept. of Statistics, North Carolina State University, Manuscript.
- PERRON, P. (1986), Test of Joint Hypotheses for Times Series Regression with a Unit Root, University of Montreal, Dept. of Economics, CRDE, "Working Paper", n. 2086.
- \_\_\_\_\_ (1989), The Great Crash, the Oil Shock and the Unit Root Analysis, "Econometrica", 57, pp. 1361-1402.
- PESARAN, M.H. - PIERSE, R.G. - KUMAR, M.S. (1986), On the Problem of Aggregation in Econometrics, Banca d'Italia, "Temi di discussione", 67.
- PHILLIPS, P.C.B. (1987), Time Series Regression with a Unit Root, "Econometrica", 55, pp. 277-301.
- \_\_\_\_\_ - DURLAUF, S.N. (1986), Multiple Time Series Regression with Integrated Processes, "Review of Economic Studies", 53, pp. 473-495.
- \_\_\_\_\_ - OULIARIS, S. (1987), Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration, Cowles Foundation, Discussion Paper, n. 847.
- \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ (1988), Testing for Cointegration Using Principal Components Methods, "Journal of Economic Dynamics and Control", 12, pp. 1-26.
- \_\_\_\_\_ - PERRON, P. (1988), Testing for a Unit Root in Time Series Regression, "Biometrika", 75, pp. 335-346.
- \_\_\_\_\_ - LORETAN, M. (1989), Estimating Long-Run Economic Equilibria, "Cowles Foundations", Discussion Paper, n. 928.
- PSARADAKIS, Z.G. (1989), The Econometrics of Cointegrated Time Series: A Survey, Discussion Paper, n. 89-19, University of Southampton.
- RAPPOPORT, P. - REICHLIN, L. (1987), Segmented Trends and Non-Stationary Time Series, EUI, "Working Paper", n. 87/319.
- \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ (1989), Segmented Trends and Non-Stationary Time Series, "The Economic Journal", 99, pp. 168-177.
- REICHLIN, L. (1989), Structural Change and Unit Root Econometrics, "Economics Letters", 31, pp. 231-233.
- SAID, S.E. - DICKEY, D.A. (1984), Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order, "Biometrika", 71, pp. 599-607.

SARGAN, J.D. - BHARGAVA, A. (1983a), Testing Residuals from Least Squares Regression for Being Generated by the Gaussian Random Walk, "Econometrica", 51, pp. 153-174.

\_\_\_\_\_ (1983b), Maximum Likelihood Estimation of Regression Models with First Order Moving Average Errors when the Root Lies on the Unit Circle, "Econometrica", 51, pp. 799-820.

SCHWERT, G.W. (1987), Effects of Model Misspecification on Tests for Unit Roots in Macroeconomic Data, "Journal of Monetary Economics", 20, pp. 73-103.

\_\_\_\_\_ (1989), Test for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation, "Journal of Business and Economic Statistics", 7, pp. 147-159.

SIMS, C.A (1974), Seasonality in Regression, "Journal of American Statistical Association", 69, pp. 618-626.

\_\_\_\_\_ - STOCK, J.H. - WATSON, M.W. (1988), Inference in Linear Time Series Models with some Unit Roots, "Working Paper" in Economics, Hoover Institution, Stanford University.

SPANOS, A. (1987), Towards a Methodology of Econometric Modelling, London, Birkbeck College.

\_\_\_\_\_ (1989), Early Empirical Findings on the Consumption Function, Stylized Facts or Fiction: A Retrospective View, "Oxford Economic Papers", 41, pp. 150-169.

STOCK, J.H. (1987), Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors, "Econometrica", 55, pp. 1035-1056.

\_\_\_\_\_ - WEST, K.D. (1988), Integrated Regressors and Tests of the Permanent-Income Hypothesis, "Journal of Monetary Economics", 21, pp. 85-95.

\_\_\_\_\_ - WATSON, M.W. (1988a), Variable Trends in Economic Time Series, "Journal of Economic Perspectives", 2, pp. 147-174.

\_\_\_\_\_ (1988b), Testing for Common Trends, "Journal of American Statistical Association", 83, pp. 1097-1107.

\_\_\_\_\_ (1989), Interpreting the Evidence on Money Income Causality, "Journal of Econometrics", 40, pp. 161-181.

WALLIS, K.F. (1974), Seasonal Adjustment and Relation between Variables, "Journal of American Statistical Association", 69, pp. 18-31.

WEST, K.D. (1988a), Asymptotic Normality when Regressors Have a Unit Root, "Econometrica", 56, pp. 1397-1417.

\_\_\_\_\_ (1988b), The Insensitivity of Consumption to News about Income, "Journal of Monetary Economics", 21, pp. 17-33.

YULE, G.U. (1926), Why Do We Sometimes Get Nonsense Correlations Between Times Series? A Study in Sampling and the Nature of Time Series, "Journal of Royal Statistical Society", 89, pp. 1-64.

## ELENCO DEI PIÙ RECENTI TEMI DI DISCUSSIONE (\*)

- n. 112 — *Procedure di destagionalizzazione dei depositi bancari mensili in Italia*, di A. CIVIDINI - C. COTTARELLI (gennaio 1989).
- n. 113 — *Intermediazione finanziaria non bancaria e gruppi bancari plurifunzionali: le esigenze di regolamentazione prudenziale*, (febbraio 1989).
- n. 114 — *La tassazione delle rendite finanziarie nella CEE alla luce della liberalizzazione valutaria* (febbraio 1989).
- n. 115 — *Il ruolo delle esportazioni nel processo di crescita e di aggiustamento dei PVS*, di L. BINI SMAGHI - D. PORCIANI - L. TORNETTA (marzo 1989).
- n. 116 — *LDCs' repayment problems: a probit analysis*, di F. DI MAURO - F. MAZZOLA (maggio 1989).
- n. 117 — *Mercato interbancario e gestione degli attivi bancari: tendenze recenti e linee di sviluppo*, di G. FERRI - P. MARULLO REEDTZ (giugno 1989).
- n. 118 — *La valutazione dei titoli con opzione di rimborso anticipato: un' applicazione del modello di Cox, Ingersoll e Ross ai CTO*, di E. BARONE - D. CUOCO (giugno 1989).
- n. 119 — *Cooperation in managing the dollar (1985-87): interventions in foreign exchange markets and interest rates*, di E. GAIOTTI - P. GIUCCA - S. MICOSSI (giugno 1989).
- n. 120 — *The US current account imbalance and the dollar: the issue of the exchange rate pass-through*, di C. MASTROPASQUA - S. VONA (giugno 1989).
- n. 121 — *On incentive-compatible sharing contracts*, di D. TERLIZZESE (giugno 1989).
- n. 122 — *The adjustment of the US current account imbalance: the role of international policy coordination*, di G. GOMEL - G. MARCHESE - J. C. MARTINEZ OLIVA (luglio 1989).
- n. 123 — *Disoccupazione e dualismo territoriale*, di G. BODO - P. SESTITO (agosto 1989).
- n. 124 — *Redditi da lavoro dipendente: un' analisi in termini di capitale umano*, di L. CANNARI G. PELLEGRINI - P. SESTITO (settembre 1989).
- n. 125 — *On the estimation of stochastic differential equations: the continuous-time maximum-likelihood approach*, di R. CESARI (settembre 1989).
- n. 126 — *La misurazione dell' efficienza nei modelli di "frontiera"*, di M. GRESTITI (settembre 1989).
- n. 127 — *Do intergenerational transfers offset capital market imperfections? Evidence from a cross-section of Italian households*, di L. GUIISO - T. JAPPELLI (settembre 1989).
- n. 128 — *La struttura dei rendimenti per scadenza secondo il modello di Cox, Ingersoll e Ross: una verifica empirica*, di E. BARONE - D. CUOCO - E. ZAUTZIK (ottobre 1989).
- n. 129 — *Il controllo delle variabili monetarie e creditizie: un' analisi con il modello monetario della Banca d' Italia*, di I. ANGELONI - A. CIVIDINI (novembre 1989).
- n. 130 — *L' attività in titoli delle aziende di credito: un' analisi di portafoglio*, di G. FERRI - C. MONTICELLI (dicembre 1989).
- n. 131 — *Are asymmetric exchange controls effective?* di F. PAPADIA - S. ROSSI (gennaio 1990).
- n. 132 — *Misurazione dell' offerta di lavoro e tasso di disoccupazione*, di P. SESTITO (marzo 1990).
- n. 133 — *Progressing towards European Monetary Unification: Selected Issues and Proposals*, by L. BINI SMAGHI (aprile 1990).
- n. 134 — *Il valore informativo delle variabili finanziarie: un' analisi con il modello econometrico trimestrale della Banca d' Italia*, di I. ANGELONI e A. CIVIDINI (aprile 1990).
- n. 135 — *A Model for Contingent Claims Pricing on EMS Exchange Rates*, di A. ROMA (maggio 1990).
- n. 136 — *Le attività finanziarie delle famiglie italiane*, di L. CANNARI - G. D'ALESSIO - G. RAIMONDI - A. I. RINALDI (luglio 1990).
- n. 137 — *Sistema pensionistico e distribuzione dei redditi*, di L. CANNARI - D. FRANCO (luglio 1990).
- n. 138 — *Time Consistency and Subgame Perfection: the Difference between Promises and Threats*, di L. GUIISO - D. TERLIZZESE (luglio 1990).

---

(\*) I «Temi» possono essere richiesti a:





