

BANCA D'ITALIA

Temi di discussione

del Servizio Studi

L'assicurazione nell'attività bancaria

di Giorgio Szegö

Numero 68 - Luglio 1986

BANCA D'ITALIA

Temi di discussione

del Servizio Studi

**L'assicurazione nell'attività bancaria:
il trasferimento del rischio per la copertura
delle operazioni finanziarie**

di Giorgio Szegö

Numero 68 - Luglio 1986

La serie «Temi di discussione» intende promuovere la circolazione, in versione provvisoria, di lavori prodotti all'interno della Banca d'Italia o presentati da economisti esterni nel corso di seminari presso l'Istituto, al fine di suscitare commenti critici e suggerimenti.

I lavori pubblicati nella serie riflettono esclusivamente le opinioni degli autori e non impegnano la responsabilità dell'Istituto.

COMITATO DI REDAZIONE: *FRANCO COTULA, STEFANO MICOSSI, IGNAZIO VISCO;
ANNA PAOLA CAPRARI (segretaria).*

1 - Introduzione

Uno dei più interessanti sviluppi che hanno recentemente avuto luogo nei mercati finanziari è l'accelerata interazione tra istituti di credito e compagnie di assicurazione. Banche e compagnie di assicurazione sono entrambi intermediari finanziari che concorrono alla raccolta del risparmio delle famiglie e delle imprese e svolgono un'attività di copertura di rischio. Nel loro sviluppo storico questi due intermediari hanno avuto una forte differenziazione non solo nel tipo di attività e di rischio coperto, ma anche e forse in modo più rilevante, nel modo di operare.

Dopo anni di completa separazione, forse in seguito alla nascita negli Stati Uniti di grandi "supermarkets finanziari", anche in Europa si sono avvertiti sintomi di una certa competitività tra questi due intermediari. Per la sempre maggiore importanza dei fondi d'investimento e della loro assicurazione e per la possibilità, attraverso la commercializzazione, di anticipi su certi tipi di assicurazione sulla vita, le compagnie di assicurazione possono diventare la più importante forma di "banca non banca".

Anche le banche hanno però recentemente segnalato un incremento sia di domanda che di offerta di servizi assicurativi. Si è inoltre accertata un'interessante complementarità di flussi finanziari delle due istituzioni.

Più precisamente come discuteremo più avanti in maggior dettaglio:

a) si è verificato nelle banche un aumento di domanda, sia reale che potenziale, di copertura assicurativa di rischi considerati atipici rispetto alla tradizionale attività bancaria

(assicurazioni sul rischio-paese, ecc.);

b) l'offerta da parte delle banche di servizi di assicurazione finanziaria è aumentata (servizi che di solito hanno la forma di garanzia della solvibilità di clienti o la persistenza di certi tassi d'interesse);

c) ha avuto un forte sviluppo in alcuni paesi la vendita, da parte delle banche, di polizze di assicurazione sulla vita;

d) si è constatata la convenienza allo scambio di flussi di tassi d'interesse (interest rate swaps) tra alcune banche e compagnie di assicurazione, convenienza che potrà causare una spinta a fusioni ed acquisizioni.

Passiamo ora ad una analisi più dettagliata di questi quattro aspetti del problema.

a) Il primo punto del nostro elenco vede la banca come acquirente di assicurazioni. Le banche hanno avuto recentemente percezione che alcune delle loro attività sono troppo rischiose e più precisamente di non essere in grado di far fronte ad alcuni rischi atipici. In particolare la recente dottrina dell'Act of State (si veda Ebenroth, 1985), causata dall'attuale tendenza della giurisprudenza a considerare legittimi e validi sul piano internazionale vincoli e proibizioni imposti da un governo ai propri cittadini anche quando questi ledono diritti di altri stati o governi, mette in luce rischi, finora non considerati, associati ai prestiti a persone giuridiche residenti in stati esteri. Il diritto che uno stato ha di vietare la restituzione di prestiti contratti da privati con istituti di credito estero, al fine di aumentare la propria forza contrattuale in una richiesta di rinegoziazione del proprio debito, introduce un nuovo elemento di rischio nei prestiti internazionali.

Il secondo tipo di rischio non convenzionale è il cosiddetto "rischio Herstatt", dal nome della banca tedesca che chiuse i battenti nel corso delle operazioni creando problemi gravissimi nel recupero di crediti, o il rischio associato all'interruzione dell'attività di brokers. Il caso più recente dell'interruzione delle transazioni sui "Kugerrad proofs" e le possibili conse-

guenze sulle attività del COMEX costituiscono un ulteriore esempio.

Il terzo tipo di rischio connesso con l'attività bancaria in cui è prevista una copertura di tipo "pseudoassicurativo" riguarda l'assicurazione dei depositi bancari.

Occorre poi ricordare il rischio connesso con i fondi di investimento o fondi di pensione e più precisamente il controllo, la gestione del rischio stesso, problema che, in particolare per i fondi d'investimento in titoli azionari, può essere risolto con l'uso di tecniche particolari di gestione finanziaria fornite da gruppi specializzati.

Infine si può concludere questo breve elenco ricordando che oltre al rischio d'insolvenza della clientela affidata - rischio senz'altro connaturato nella normale attività bancaria - occorre considerare il rischio d'acquisizione. E' noto infatti che nel momento dell'acquisizione di una società da parte di un'altra il valore del capitale proprio della società acquisita aumenta (si veda Atti del 'Symposium on the Market for Corporate Control', 1983); ciò, particolarmente in casi di acquisizioni mediante indebitamento (leveraged buyouts), a spese di un aumento del rischio del debito.

Tutte queste cinque forme di rischio possono essere considerate atipiche rispetto agli altri tipi di rischio tradizionalmente connessi con l'attività bancaria (variazioni di tassi, insolvenza di clienti, ecc.), e pertanto con una bassissima correlazione con le altre attività. La scarsa disponibilità delle banche a farsi carico di questi particolari rischi deve però essere chiarita e motivata e costituirà uno dei quesiti cui cercherò di rispondere mediante il modello che proporrò nella prossima sezione.

b) Il secondo tipo di intervento è di natura opposta a quello precedentemente descritto e riguarda invece l'aumento dell'offerta, da parte delle banche, di servizi di assicurazione, in particolare di assicurazione finanziaria. La garanzia è essenzialmente rivolta a due tipi di parametri aleatori: la solvi-

bilità di terzi e l'andamento dei tassi d'interesse a breve.

Nel primo filone riconosciamo la forte espansione delle garanzie offerte da banche o da consorzi di banche, specialmente all'estero, ad emissioni obbligazionarie di enti pubblici, enti locali, istituzioni culturali ecc.

E' invece più recente l'enorme sviluppo delle garanzie sui pagamenti dei tassi d'interesse offerte dalle banche nei contratti di scambio (swaps) di pagamenti di tassi d'interesse. Come è infatti noto, in un contratto swap gli istituti di credito intervengono su due livelli: a livello di mediazione del contratto, funzione di solito svolta da banche d'affari specializzate, ed in rappresentanza ed a garanzia dei contraenti, ruolo questo solitamente svolto da banche di credito ordinario.

Questa garanzia della solvibilità di una delle controparti dello swap riguarda, come è noto, solo il pagamento degli interessi. Si può però prevedere che con lo sviluppo del mercato dei contratti swaps, e in particolare degli swaps in valuta, le regole del gioco muteranno e che la garanzia dovrà essere fornita sia sul capitale che sugli interessi.

Il secondo tipo d'assicurazione finanziaria offerta dalle banche riguarda la garanzia sui tassi d'interesse, attività anche questa che ha avuto uno sviluppo enorme negli ultimi anni: l'essenza del rischio trasmesso alle banche dai clienti sia delle Revolving Bankers Acceptance Facilities che delle New Issuance Facilities riguarda infatti la dinamica futura dei tassi d'interesse a breve.

c) Il terzo tipo d'attività assicurativa da parte delle banche riguarda la vendita d'assicurazione vita. In Italia l'operazione è stata proposta da diversi istituti di credito (Banca Popolare di Bergamo, Credito Bergamasco, tra gli altri) in completa cooperazione ed utilizzando i servizi di compagnie d'assicurazione ed è stata rivolta ai propri azionisti. In altri paesi europei, in particolare Francia e Germania, la vendita di assicurazioni sulla vita da parte delle banche si è invece svolta in concorrenza con le compagnie d'assicurazione.

I dati aggregati per la Francia 1/ dimostrano che le banche non solo oggi raccolgono circa il 14 per cento dell'intero volume delle assicurazioni, ma il loro tasso d'incremento è il doppio di quello delle compagnie d'assicurazione. In Germania la più importante Banca, la Deutsche Bank, è pure intervenuta pesantemente sul mercato della assicurazione vita.

Nel quadro che abbiamo presentato sono presenti una serie di fattori e quesiti nuovi di natura teorica che si sommano all'evidente fatto che le banche sono chiaramente attrezzate anche per la vendita di servizi assicurativi a motivo della loro estesa rete commerciale. Ma questo è un problema di natura aziendale che esula dalle finalità di questo studio.

Ci proponiamo invece di spiegare perché un contraente vende all'altro un certo tipo di rischio, perché le banche sembrano rifiutare certi rischi finanziari sia pure atipici e caricarsi di altri, come e perché due contraenti si scambiano rischio, se per una diversa valutazione del suo livello o piuttosto per altri fattori.

2 - Il mercato del rischio

Operiamo in un mercato finanziario in cui vengono scambiati contratti con rendimento finale incerto contraddistinti da tre parametri caratteristici:

- 1) la durata del contratto
- 2) il rischio (variabilità del rendimento) dello strumento
- 3) l'esistenza e la natura di eventuali opzioni 2/.

Il trasferimento dello strumento ed in particolare del rischio avviene solo se per entrambi i contraenti il valore della funzione di utilità dopo la transazione è superiore al valore prima della transazione. A seconda del tipo di funzione di utilità e in particolare della relativa tolleranza al rischio dello investitore rispetto al mercato o delle diverse aspettative si

dimostra ad esempio una maggiore propensione all'assicurazione finanziaria da parte di alcuni investitori rispetto alla media (si veda Leland, 1980).

Nel caso in cui tutti gli investitori siano non propensi al rischio ed operino una preselezione di portafogli basata sulla diversificazione degli investimenti e sull'identificazione dell'insieme dei portafogli efficienti, l'argomento della funzione di utilità attesa non è un singolo investimento, ma è un portafoglio efficiente, combinazione di più investimenti.

In questa formulazione in cui i partecipanti al mercato sono tutti non propensi al rischio, ognuno con una sua propria funzione di utilità ed in grado di diversificare il proprio portafoglio in modo ottimo, si vede che il concetto di rischio intrinseco all'investimento viene a perdere di significato e diventa predominante il concetto di rischio relativo al complesso degli altri investimenti disponibili all'investitore.

In questo caso è possibile trasferire un investimento rischioso da un investitore ad un altro anche diminuendo il rischio complessivo del portafoglio per entrambi 3/ (oltre che evidentemente aumentando il valore della funzione di utilità per entrambi) solo se il complesso degli altri investimenti dei due contraenti è diverso, ma questo come vedremo subito è possibile solo se

1. non esiste un investimento privo di rischio
2. la funzione di utilità dei due contraenti è diversa.

Per raggiungere il risultato citato ricordiamo i punti fondamentali della teoria di Markowitz, considerando un problema monoperiodale con un unico mercato, accessibile da parte di tutti gli investitori, in cui sono presenti n investimenti rischiosi caratterizzati dal valore atteso r_i , dalla deviazione standard σ_i , e dal coefficiente di correlazione ρ_{ij} relativo al rendimento di fine periodo. Introducendo il vettore dei rendimenti attesi r , il vettore unità e , oltre alla matrice varianza-covarianza V ($v_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$), l'insieme dei portafogli efficienti è dato dal seguente problema di minimizzazione vincolata

$$\min x'Vx$$

$$\pi = x'r$$

$$1 = x'e$$

ove x è il vettore ripartizione la cui componente generica x_i rappresenta la frazione del capitale investito nell'investimento i -esimo. Si ha che

(2.1) Proposizione 4/

Se V non è singolare e i rendimenti attesi degli n investimenti non identici al piano (σ, π) l'insieme dei portafogli efficienti è dato dal ramo superiore dell'iperbole

$$(2.2) \quad \sigma = \left[(\gamma \pi^2 - 2\beta\pi + \alpha) / (\alpha\gamma - \beta^2) \right]^{1/2}$$

$$\text{con } \alpha = r' V^{-1} r, \quad \beta = r' V^{-1} e, \quad \gamma = e' V^{-1} e$$

mentre il vettore dei portafogli efficienti è dato dall'espressione lineare

$$(2.3) \quad x = x(\pi) = (\gamma V^{-1} r - \beta V^{-1} e) \pi + \alpha V^{-1} e - \beta V^{-1} r / (\alpha\gamma - \beta^2)$$

Se due investitori hanno funzioni di utilità diverse i vettori x (2.3) che le massimizzano hanno valori diversi cui corrispondono diverse percentuali x_i (possibilmente con segni diversi) dell'investimento i contenute nei portafogli ottimi degli investitori.

I risultati ottenuti sono particolarmente significativi prendendo in esame il valore del portafoglio a rischio minimo

$$(2.4) \quad x^v = V^{-1} e / \gamma$$

e il corrispondente rischio minimo

$$(2.5) \quad \mathcal{V}^V = 1/\gamma$$

e in particolare i segni delle diverse componenti di tale particolare vettore. Come si vede questo portafoglio particolare non dipende affatto da r , ma solo da V .

Ritengo a questo punto importante distinguere due casi

- i) $\varphi_{ij}=0$ $i \neq j$ investimenti incorrelati
- ii) $\varphi_{ij} \neq 0$ $i \neq j$ investimenti correlati

Caso $\varphi_{ij} = 0$

$$(2.6) \quad x_i^V = 1/\gamma \sigma_i^2 > 0$$

mentre

$$(2.7) \quad \mathcal{V}^V = 1/\gamma = 1/\left[\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2 \right]$$

ecco che all'aumentare di n il rischio (attuariale) diminuisce con la legge (2.7).

Caso $\varphi_{ij} \neq 0$

$$(2.8) \quad x_i^V = \frac{1}{\gamma} \sum_{j=1}^n \frac{(C^{-1})_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

ove $(C^{-1})_{ij}$ indica l'elemento generico dell'inversa della matrice C con $c_{ij} = \varphi_{ij}$. Visto che $\sigma_i > 0$ il segno di x_i^V è dominato dai valori φ_{ij} mentre

$$(2.9) \quad \mathcal{V}^V = \frac{1}{\gamma} = 1/\left[\sum_{i,j=1}^n \frac{(C^{-1})_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \right]$$

il segno di x_i^V può variare e all'aumentare di n il valore di ν^V diminuisce sempre, ma non in modo uniforme. La tecnica della riduzione del rischio non è di tipo attuariale, ma è basata su un'opportuna diversificazione.

La composizione del vettore x (2.3), che contiene tutti gli investimenti rischiosi disponibili nel portafoglio, varia a seconda di π . Ogni componente $x_i(\pi)$ si annulla e cambia di segno in un solo punto $\pi = \pi_i$. Se la funzione di utilità $U^A(\sigma, \pi)$ dello investitore A è diversa dalla funzione di utilità $U^B(\sigma, \pi)$ dello investitore B, il portafoglio $x(\pi^A)$ della frontiera $x(\pi)$ (2.3) per cui U^A assume il suo valore massimo e il portafoglio $x(\pi^B)$ per cui U^B assume il suo massimo, hanno sempre valori diversi e in particolare possono contenere uno o più investimenti x_i per cui

$$(2.10) \text{ sign } x_i(\pi^A) \neq \text{sign } x_i(\pi^B)$$

che è condizione necessaria per il trasferimento del rischio i -esimo dall'uno all'altro dei due investitori.

Nel modello originale di Markovitz in cui il mercato non risente delle preferenze degli investitori e il prezzo dei titoli è prefissato e inalterabile all'interno del periodo considerato, come si approfondirà meglio nelle pagine successive, nel caso particolare che ci interessa la vendita di un titolo rischioso da un investitore ad un altro ha luogo "per compensazione" al di fuori del mercato. E ciò può avvenire se per tale titolo è verificata la condizione (2.10).

Cosa succede se ora, eventualmente attraverso un'assicurazione finanziaria, viene introdotto un investimento privo di rischio? La situazione è in questo caso governata dalla seguente proposizione ed è dramaticamente diversa dal caso precedente.

(2.11) Proposizione 4/

Si aggiunga all'insieme dei precedenti n investimenti un

(n+1)-esimo investimento privo di rischio con rendimento φ . L'insieme dei portafogli efficienti nel piano (σ, π) è definito dal sistema

$$(2.12) \quad \tilde{V} = \begin{bmatrix} V & \varphi \\ \varphi & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{r} = \begin{bmatrix} r \\ \varphi \end{bmatrix} \quad \tilde{e} = \begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_{\varphi} \end{bmatrix}$$

ove gli elementi $\tilde{V}$, $\tilde{x}$ ecc. si riferiscono al problema allargato ad n+1 investimenti mentre gli elementi V , r , e , ed x si riferiscono al problema originale di n investimenti.

L'insieme dei portafogli efficienti nel piano (σ, π) invece che dall'iperbole (2.2) è dato dalla semiretta:

$$(2.13) \quad \pi = \varphi + \sigma \left[\gamma \varphi^2 - 2\beta \varphi + \alpha \right]^{1/2}$$

mentre la corrispondente ripartizione $x(\pi)$ è data da

$$(2.14) \quad x(\pi) = \left[(\pi - \varphi) V^{-1}(r - \varphi e) \right] / (\gamma^2 - 2\beta\varphi + \alpha)$$

e da

$$(2.15) \quad x_{\varphi}(\pi) = \left[\pi(\gamma\varphi - \beta) + \alpha - \beta\varphi \right] / (\gamma\varphi^2 - 2\beta\varphi + \alpha)$$

Inoltre se $\varphi < \beta/\gamma$ la retta (2.13) è tangente all'iperbole (2.2) nel punto

$$(2.16) \quad \pi^* = \frac{\beta\varphi - \alpha}{\gamma\varphi - \beta}$$

$$(2.17) \quad \sigma^* = \left[\gamma\varphi^2 - 2\beta\varphi + \alpha \right]^{1/2} / (\beta - \gamma\varphi)$$

$$(2.18) \quad x(\pi^*) = x^* = V^{-1}(r - \varphi e) / (\beta - \gamma\varphi) = V^{-1}(r - \varphi e) / e' V^{-1}(r - \varphi e)$$

$$(2.19) \quad x_{\varphi}(\pi^*) = 0$$

e tutti gli investimenti efficienti (2.14) e (2.15) si possono ottenere mediante una combinazione lineare tra l'investimento privo di rischio e la ben definita combinazione d'investimenti rischiosi x^* .

Come conseguenza di questo fatto in presenza di un investimento privo di rischio anche se gli investitori hanno funzioni di utilità diverse i rapporti tra i diversi investimenti rischiosi sono gli stessi per tutti gli investitori.

E' impossibile in questo contesto spiegare il diverso atteggiamento degli investitori nei confronti del rischio, ossia

$$(2.20) \quad \frac{x_i(\pi)}{x_j(\pi)} = \frac{x_i(\pi^*)}{x_j(\pi^*)} = \text{cost}$$

e in particolare non può mai essere verificata la condizione (2.10).

Da ciò consegue che in presenza di un investimento privo di rischio la condizione (2.10), che è necessaria per la vendita di un investimento rischioso da un investitore ad un altro, può essere verificata solo quando i due investitori (contraenti) hanno a disposizione mercati diversi che hanno però in comune l'investimento privo di rischio e un investimento rischioso che può essere venduto da un investitore ad un altro. Se l'investitore A ha a sua disposizione $(n+1)$ investimenti caratterizzati dal problema

$$(2.21) \quad \tilde{V}^A = \begin{bmatrix} V^A & \phi \\ \phi' & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{r}^A = \begin{bmatrix} r^A \\ r_\phi \end{bmatrix} \quad \tilde{e} = \begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix} \quad \hat{x}^A = \begin{bmatrix} x^A \\ x_\phi^A \end{bmatrix}$$

e l'investitore B $(m+1)$ investimenti definiti da

$$(2.22) \quad \tilde{V}^B = \begin{bmatrix} V^B & \phi \\ \phi' & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{r}^B = \begin{bmatrix} r^B \\ r_\phi \end{bmatrix} \quad \tilde{e} = \begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix} \quad \hat{x}^B = \begin{bmatrix} x^B \\ x_\phi^B \end{bmatrix}$$

si potrà avere il trasferimento dell'investimento i -esimo dall'uno all'altro dei due investitori se per la (2.18)

$$(2.23) \text{ sign } x_i^A(\pi^*) \neq \text{ sign } x_i^B(\pi^*)$$

conclusione che non dipende dalle funzioni di utilità dei due investitori, ma esclusivamente dai due diversi portafogli a disposizione.

3 - Valore soggettivo, informazioni e assicurazione finanziaria

Nel contesto della teoria statica a' la Markowitz in cui ci muoviamo, in presenza di un investimento privo di rischio, è possibile giustificare una diversa preferenza degli investitori nei confronti dei singoli investimenti rischiosi solo se si suppone che i diversi investitori abbiano a disposizione segmenti diversi del mercato.

Occorre a questo punto ricordare che la variazione di un solo investimento nell'insieme a disposizione dell'investitore è sufficiente a creare un diverso mercato e che, visto che gli investimenti sono per noi identificati dai tre parametri r , σ e ρ , la variazione di uno di questi parametri per un investitore causato da valutazioni soggettive caratterizza e distingue l'insieme degli investimenti a disposizione di ogni investitore e segmenta il mercato.

Occorre in questa precisazione una certa attenzione perché una distinzione tra le varie preferenze ed aspettative dell'investitore è già presente nella funzione di utilità 5/. Nella funzione di utilità si possono tener conto delle preferenze e delle aspettative soggettive solo in forma aggregata per poter scegliere tra le diverse combinazioni (portafogli) d'investimenti; la distinzione che provoca la segmentazione del mercato è fatta invece a monte sul singolo investimento e può avvenire sia per un

diverso valore atteso associato dai diversi investitori allo stesso investimento che per diverse stime del rischio. Ad esempio, se un investitore possiede il 49 per cento in un'impresa egli associerà ai titoli trattati sul mercato un rendimento atteso superiore a quello degli altri investitori. Analogamente un investitore in possesso di informazioni riservate o che ha svolto particolari studi previsionali si creerà in questo modo un insieme di investimenti diverso dagli altri.

Infine molto spesso vincoli giuridici impediscono a certi investitori l'accesso a particolari investimenti (ad esempio in titoli esteri) o prescrivono particolari vincoli al portafoglio (come avviene proprio per istituti di credito e compagnie di assicurazione).

In conclusione la segmentazione del mercato può avvenire per tre fattori principali:

- i) diverso valore associato al singolo investimento
- ii) specializzazione delle stime e transazioni (formazione di agenzie)
- iii) prescrizioni legislative.

Quanto esposto finora può essere applicato allo sviluppo di una soluzione, nel contesto della teoria statica del portafoglio, del problema dell'assicurazione finanziaria. Per far questo secondo quanto sviluppato nei precedenti paragrafi proponiamo una applicazione della teoria di Markowitz diametralmente opposta al CAPM 6/, ma basata sull'esistenza di mercati segmentati.

Il problema dell'assicurazione finanziaria è quindi affrontato sotto l'ipotesi che l'insieme degli investimenti rischiosi a disposizione dell'assicurato sia diverso da quello della compagnia d'assicurazione. Supponiamo inoltre che esista o che, più esattamente, venga creato un investimento privo di rischio, che è l'investimento assicurato il quale è utilizzabile sia dall'assicurato che dalla compagnia d'assicurazione. Ci troviamo evidentemente nelle condizioni del problema (2.21), (2.22) e ci proponiamo di risolvere in modo dettagliato le condizioni (2.23) relativamente all'investimento da assicurare.

Il problema che ci proponiamo di risolvere è il seguente. Supponiamo che esista un investimento rischioso α che appartenga sia all'insieme degli investimenti dell'assicurato che a quello della compagnia d'assicurazione. Il titolo α caratterizzato da rendimento atteso r_α può essere acquistato direttamente dal mercato o tramite la compagnia di assicurazione che ne garantisce il rendimento $\bar{r}_\alpha$, ma si fa pagare un premio p_α per ogni unità di capitale investita.

Siano quindi:

x_α la percentuale del capitale dell'investitore investita nell'investimento rischioso α , con rendimento atteso r_α ;

$\bar{x}_\alpha$ la percentuale del capitale dell'investitore investita nella versione assicurata dell'investimento α con rendimento $\bar{r}_\alpha$;

p_α il premio caricato dalla compagnia d'assicurazione per unità di $\bar{x}_\alpha$;

t_α la percentuale del capitale dell'investitore investita nell'investimento assicurato, al netto del premio, ossia

$$(3.1) \quad t_\alpha = \bar{x}_\alpha - \bar{x}_\alpha p_\alpha = \bar{x}_\alpha (1 - p_\alpha)$$

$\bar{r}_\alpha$ il rendimento unitario netto dell'investimento $\bar{x}_\alpha$ nella versione assicurata dell'investimento rischioso, che, essendo

$$(3.2) \quad \bar{r}_\alpha \bar{x}_\alpha = r_\alpha t_\alpha = r_\alpha \bar{x}_\alpha (1 - p_\alpha)$$

è dato da

$$(3.3) \quad \bar{r}_\alpha = r_\alpha (1 - p_\alpha).$$

Il nostro fine è ora di identificare condizioni necessarie cui deve soddisfare il premio p_α perché la compagnia d'assicurazione possa vendere l'assicurazione finanziaria del titolo α .

Formuliamo a tal fine il problema sia dell'assicurato

che della compagnia d'assicurazione come un problema di portafoglio nel modo seguente: l'investitore ha a disposizione n investimenti rischiosi, tra cui α , e come $(n+1)$ -esimo investimento privo di rischio la versione assicurata di α . Si ha quindi il problema

$$(3.4) \quad \tilde{V}^I = \begin{bmatrix} V^I & \emptyset \\ \emptyset' & 0 \end{bmatrix} \quad r^I = \begin{bmatrix} r^I \\ \bar{r}_\alpha \end{bmatrix} \quad \tilde{e} = \begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix} \quad \hat{x}^I = \begin{bmatrix} x^I \\ \bar{x}_\alpha^I \end{bmatrix}$$

La compagnia d'assicurazione ha a disposizione m investimenti rischiosi, tra cui α , e come $(m+1)$ -esimo investimento privo di rischio la versione assicurata di α . Si ha quindi il problema

$$(3.5) \quad \tilde{V}^A = \begin{bmatrix} V^A & \emptyset \\ \emptyset' & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{r}^A = \begin{bmatrix} r^A \\ \bar{r}_\alpha \end{bmatrix} \quad \tilde{e} = \begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{x}^A = \begin{bmatrix} x^A \\ \bar{x}_\alpha^A \end{bmatrix}$$

L'assicurazione finanziaria dell'investimento α sarà possibile se la compagnia di assicurazione venderà all'assicurato il titolo a rendimento certo $\bar{r}_\alpha$ e l'assicurato venderà alla compagnia il titolo rischioso α .

Facendo riferimento ai risultati (2.15, 2.18) si può schematizzare il processo di assicurazione come la simultanea soddisfazione delle seguenti condizioni

$$(3.6) \quad x_\alpha^{I*} < 0$$

$$(3.7) \quad \bar{x}_\alpha^I > 0$$

$$(3.8) \quad x_\alpha^{A*} > 0$$

$$(3.9) \quad \bar{x}_\alpha^A < 0$$

Dalle (2.18) e (3.4) la condizione (3.6) può essere esplicitata come

$$(3.10) \quad x^I_{\alpha}^* = (v^I)^{-1} (r^I - \bar{r}_{\alpha} e) / e' (v^I)^{-1} (r^I - \bar{r}_{\alpha} e)$$

da cui si ha

$$(3.11) \quad x^I_{\alpha}^* = (v^I)^{-1} \left[(r^I - r_{\alpha}(1-p_{\alpha})e \right]_{\alpha} / e' (v^I)^{-1} \left[(r^I - r_{\alpha}(1-p_{\alpha})e \right] < 0$$

che per la particolare natura di v^I è equivalente alla condizione

$$(3.12) \quad \sum_{j=1}^n (-1)^{\alpha+j} \varphi_{\alpha j} \left[r^I - r_{\alpha}(1-p_{\alpha})e \right]_j / \sigma_j < 0$$

Passando al caso della compagnia d'assicurazione dalle (2.18) e (3.5) la condizione (3.8) può essere esplicitata come

$$(3.13) \quad x^A_{\alpha}^* = (v^A)^{-1} \left[(r^A - r_{\alpha}(1-p_{\alpha})e \right]_{\alpha} / e' (v^A)^{-1} \left[(r^A - r_{\alpha}(1-p_{\alpha})e \right] > 0$$

che è equivalente alla condizione

$$(3.14) \quad \sum_{j=1}^m (-1)^{\alpha+j} \varphi_{\alpha j} \left[r^A - r_{\alpha}(1-p_{\alpha})e \right]_j / \sigma_j > 0$$

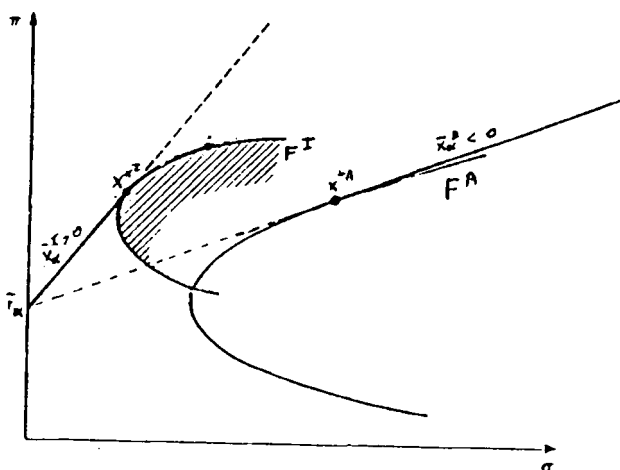
Si ha quindi che

(3.15) Teorema

Condizione necessaria all'assicurazione dell'investimento rischioso α è che il premio unitario p_{α} soddisfi alle due disuguaglianze (3.12) e (3.14). Tali disuguaglianze dipendono solo dalle caratteristiche dei due diversi insiemi d'investimenti rischiosi a disposizione dell'assicurato e della compagnia d'assicurazione.

Devono essere ora considerate le due ulteriori condizioni (3.7) e (3.9). Esse dipendono dalle relazioni tra le semirette (2.13) relative ai due problemi (3.4) e (3.5) e le funzioni di utilità dell'assicurato e della compagnia d'assicurazione, in modo che i due contraenti scelgano portafogli giacenti sulla parte continua delle semirette congiungenti il punto $\bar{r}_\alpha = r_\alpha(1-p_\alpha)$ con i punti (r^{I*}, σ^{I*}) e (r^{A*}, σ^{A*}) corrispondenti alle rispettive combinazioni ottime d'investimenti rischiosi (vedi Figura 1).

Fig. 1



Applicando modelli diagonali semplificati di gestione del portafoglio è possibile ottenere risultati più espliciti.

Occorre evidentemente tener presente che non esiste necessariamente un premio d'equilibrio p_α tale da soddisfare le quattro condizioni (3.6)-(3.9).

Abbiamo finora analizzato il problema considerando separatamente il problema dell'assicurato e quello della compagnia di assicurazione analizzando sia le condizioni (3.12) e (3.14), che dipendono solo dall'insieme degli investimenti rischiosi a disposizione, sia le ulteriori condizioni (3.7) e (3.9), che invece dipendono anche dalle funzioni di utilità dei due contraenti.

Il problema deve essere chiuso tenendo conto che, nel caso ideale in cui sia assicurato che compagnia di assicurazioni siano società per azioni e i titoli d'entrambi vengono simultaneamente quotati sullo stesso mercato, le percentuali dei due titoli contenuti nella combinazione di investimenti rischiosi non devono variare dall'introduzione dell'assicurazione.

Proponiamo così come tecnica risolutiva la costruzione di una gerarchia di problemi di portafogli. Si noti che in molti casi gli investimenti che sono accessibili all'assicurato e alla compagnia di assicurazione non sono accessibili all'investitore che opera sul mercato dei titoli dei due contraenti.

4 - Conclusioni e conseguenze

Con tutte le limitazioni di un modello statico come quello qui adottato l'impostazione del problema generale dell'assicurazione finanziaria con la creazione di un titolo privo di rischio, che è la versione assicurata di un titolo rischioso, ci ha permesso di ottenere qualche risultato generale, primo fra tutti la necessità della segmentazione del mercato per poter procedere, se possibile, all'assicurazione.

Occorre però soffermarci su alcuni comportamenti che abbiamo presentato nell'introduzione per vedere se sono coerenti con le nostre conclusioni:

- 1) i rischi "atipici" che la banca cerca di evitare. Sono rischi (e quindi profitti possibili) non correlati agli altri rischi bancari. Vale così la legge di riduzione di natura attuariale (2.7) che richiede una specializzazione e la costituzione di un portafoglio di tali rischi più grande possibile anche se il contributo marginale alla riduzione del rischio di portafoglio di ogni ulteriore investimento rischioso diminuisce.

Quindi ad esempio per tutti i problemi di rischio sovrano,

di Act-of-State, la banca sarà sempre svantaggiata rispetto alla compagnia di assicurazione. All'estremo della nostra classificazione abbiamo il rischio di acquisizione che è correlabile al titolo dell'impresa quindi eliminabile se la banca può acquistare titoli o deve essere ceduto ad un ente che può effettuarne l'acquisto.

- 2) Assicurazioni finanziarie offerte da banche. La procedura varia a seconda che si tratti di garanzie sulla solvibilità (problema attuariale) o garanzie sui tassi d'interesse (problema di diversificazione).
- 3) La teoria generale della formazione (ad un certo costo) del contratto d'assicurazione finanziaria prescinde in un certo senso dalla metodologia della costruzione del titolo privo di rischio con rendimento netto $\bar{r}_\alpha$. Evidentemente se all'interno dell'insieme degli investimenti disponibili alla compagnia esistono investimenti correlati negativamente con α (per esempio opzioni), p_α diventa sempre più piccolo.
- 4) La teoria proposta in completo contrasto con le derivazioni tipo CAPM della teoria di Markowitz, porta ad una spiegazione della formulazione di investitori specializzati e alla segmentazione del mercato. Supponendo che esista inizialmente un insieme d'investimenti rischiosi (tra cui contratti d'assicurazione) e che non siano possibili investimenti negativi (prestiti), se ad ogni investitore viene inizialmente assegnato un investimento e vengono poi venduti gli altri al miglior offerente, e se tutti gli investitori sono avversi al rischio, ogni investitore premierà nel complesso degli investimenti quello meno "rischioso" relativamente al primo investimento (ai sensi della 2.9). Si avrà quindi una formulazione di investitori specializzati in contratti d'assicurazione (2.8) o investimenti in titoli azionari (2.9) con una relativa specializzazione.
- 5) Il fenomeno opposto, cioè la competizione nel mercato altrui e la sempre maggiore competitività tra banche e compagnie di assicurazione così drammaticamente evidenti in Germania

e Francia, interviene quando il contributo marginale alla riduzione del rischio dell'ulteriore investimento rischioso è trascurabile e intervengono considerazioni di natura diversa. Il problema sarà a mio giudizio di grande attualità anche in Italia dal 1989 con l'attuazione delle direttive comunitarie e dovrebbe richiedere un approfondimento anche empirico al di fuori di questi risultati teorici: le opzioni tra accordi di cooperazione, aumento di competitività, fusioni ed acquisizioni o interventi di controllo sono sempre aperte.

Note

1/ Si veda il numero speciale dedicato a 'Finance et Assurance' di "Finance" (n. 2, 1984) e in particolare il lavoro di Simonnet (1984), pp. 299-304.

2/ Si noti come la valutazione del primo parametro ha dato origine alla matematica finanziaria classica, del secondo alla teoria dell'utilità e del portafoglio (1940-1950), mentre il terzo ha portato al recente sviluppo della teoria dei crediti condizionali (contingent claims) che ha avuto luogo negli ultimi dieci anni.

3/ E' possibile definire "speculazione" come l'operazione in cui l'aumento di valore della funzione di utilità comporta un aumento di rischio.

4/ Si seguono le notazioni e i risultati presentati da G.P. Szegoe (1980).

5/ Ancora Leland (1980) distingue diverse aspettative dello investitore, rispetto alla media degli investitori (mercato).

6/ Il Capital Asset Pricing Model (CAPM) è basato sull'ipotesi che tutti gli investitori hanno accesso allo stesso mercato, sia pur con funzioni di utilità diverse.

Bibliografia

- Ahrony, J. - Swary, I. (1983), Contagious Effect of Bank Failure: Evidence from Capital Markets, J.of Bus., vol. 56, pp. 305-322.
- Altman, E.I. - Nammacher, S.A. (1985), The Default Rate Experience on High Yield Corporate Debt, Morgan Stanley, March.
- Benninga, S. - Blume, M., On the Optimality of Portfolio Insurance, WP 16-84 R.L. White Center for Financial Research, Philadelphia, University of Pennsylvania.
- Ebenroth, C-T (1985), Banking on the Act of State, Konstanz, Universitaetsverlag Konstanz GmbH.
- Gatto, R.A. - Geske, R. - Litzenberger, R. - Sosin, H. (1980), Mutual Fund Insurance, J. Fin. Eco., vol. 8, pp. 283-317.
- Gruson, M. - Reisner, R., (eds.) (1984), Sovereign Lending: Managing Legal Risk, London, Euromoney Publications.
- Leland, H.E. (1980), Who Should Buy Portfolio Insurance?, J. of Fin., vol. 35, pp. 581-594.
- Simonnet, F. (1984), Concurrence entre banques et assurances dans le domaine de l'assurance vie, Finance, vol. 5, pp. 299-304.
- Sinkey, J.F. jr. (1979), Problem and Failed Institutions in Commercial Banking Industry, Greenwich (Conn.), JAI.
- Symposium on the Market for Corporate Control - Proceedings (1983), J. Fin. Eco., vol. 11, n. 1-4.
- Szegoe, G.P. (1980), Portfolio Theory, New York, Academic Press.
- Tygier, C. (1983), Basic Handbook of Foreign Exchange, London, Euromoney Publications.
- Wallich, H.C. (1984), Insurance of Bank Lending to Developing Countries, Occ. Paper n. 15, New York, Group of Thirty.

ELENCO DEI PIÙ RECENTI TEMI DI DISCUSSIONE (*)

- n. 55 — *Uno schema per la previsione a breve termine della produzione industriale*, di G. BODO - L. F. SIGNORINI (novembre 1985).
- n. 56 — *Two pieces on current policy issues:*
 - *Appraising the American fiscal stance*
 - *Uncertainties over the economic recovery of the United States*,
by E. S. PHELPS (novembre 1985).
- n. 57 — *Why do we need a Central Bank?*, by C. GOODHART (gennaio 1986).
- n. 58 — *La bilancia dei pagamenti degli Stati Uniti e il tasso di cambio del dollaro: recente evoluzione e analisi delle principali implicazioni*, di L. BINI SMAGHI (gennaio 1986)
- n. 59 — *Struttura tributaria e struttura economica: il prelievo sulle imprese*, di A. DI MAJO (febbraio 1986).
- n. 60 — *Struttura e prospettive di sviluppo del sistema italiano dei pagamenti*, di D. QUALEATTI (febbraio 1986).
- n. 61 — *Per un risanamento della finanza pubblica in Italia: quattro argomentazioni*, di R. S. MASERA (marzo 1986).
- n. 62 — *Problemi e politiche dell'innovazione tecnologica nell'industria italiana*, di S. CHIRI (marzo 1986).
- n. 63 — *The effectiveness of macropolicies in small open-economy dynamic aggregative models*, by E. S. PHELPS (maggio 1986).
- n. 64 — *Financial innovation in Italy: a lopsided process*, by C. CARANZA - C. COTTARELLI (maggio 1986).
- n. 65 — *An increasing role for the ECU: a character in search of a script*, by R. S. MASERA (giugno 1986).
- n. 66 — *Venti anni di margini bancari*, di M. ONADO (luglio 1986).
- n. 67 — *On the problem of aggregation in econometrics*, by M. H. PESARAN, R. G. PIERSE and M. S. KUMAR (luglio 1986).

(*) I «Temi» possono essere richiesti alla Biblioteca del Servizio Studi della Banca d'Italia.

