



**CONCORSO PER L'ASSUNZIONE DI 6 ESPERTI CON ORIENTAMENTO  
NELLE DISCIPLINE ECONOMICO-POLITICHE, PREVALENTEMENTE PER LE  
ESIGENZE DELLE UNITA' DI ANALISI E RICERCA ECONOMICA  
TERRITORIALE DELLA RETE DELLE FILIALI**

(Bando del 27 agosto 2024 – lett. C)

**Testo n. 2**

**Metodi empirici per l'analisi economica**

*Due quesiti a scelta tra tre proposti dalla Commissione*

**QUESITO N. 1**

In Italia molte donne lasciano il lavoro quando diventano madri. Si vuole stimare quanto la partecipazione delle madri al mercato del lavoro sia influenzata dalla (scarsa) disponibilità di servizi di cura per la prima infanzia.

Si consideri dunque, data una popolazione di madri di bambini di un anno di età, il seguente modello di trattamento binario:

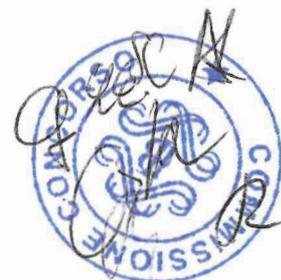
$$y_i = \beta + \alpha_i d_i + u_i \quad (1)$$

dove  $y_i = 1$  se la madre  $i$  è occupata e 0 se non lavora;  $d_i = 1$  se il bambino della madre  $i$  frequenta un asilo nido e 0 se non lo frequenta;  $u_i$  rappresenta l'eterogeneità individuale non osservabile;  $\beta$  e  $\alpha_i$  sono parametri.

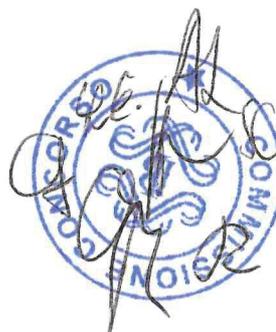
1. Si definiscano utilizzando la notazione degli outcome potenziali l'*Average Treatment Effect* (ATE), l'*Average Treatment Effect on the Treated* (ATT) e l'*Intention To Treat Effect* (ITT). In quale caso l'ITT e l'ATT coincidono?
2. Sia  $\alpha^{OLS}$  lo stimatore OLS dell'equazione (1). Dimostrare che:

$$\alpha^{OLS} \xrightarrow{p \text{ lim}} E[y_i | d_i = 1] - E[y_i | d_i = 0]$$

Se i posti al nido fossero assegnati in maniera casuale (e tutti gli assegnatari frequentassero), quale parametro sarebbe identificato da  $\alpha^{OLS}$ ?



3. Al fine di garantire una maggiore equità, molti comuni prevedono che i posti al nido siano assegnati sulla base di un punteggio che tiene conto di alcune caratteristiche del nucleo familiare, tra cui l'indicatore ISEE che misura la sua situazione reddituale e patrimoniale: le famiglie con un valore dell'indicatore ISEE più basso avranno un punteggio più alto e quindi una maggiore probabilità di frequentare il nido. Quali proprietà dovrebbe soddisfare la variabile  $Z_i$  pari al punteggio ISEE per essere considerata una variabile strumentale per  $d_i$ ? Sotto quali condizioni uno stimatore IV sarebbe consistente per l'ATE in questo modello? Si fornisca una definizione formale delle condizioni e se ne discuta la plausibilità nel contesto sopra descritto.
4. Supponiamo che il ricercatore non osservi  $Z_i$  delle diverse famiglie ma solo un indicatore binario  $W_i = 1$  se  $Z_i < v^*$ ;  $W_i = 0$  altrimenti. Si definisca lo Stimatore Wald per il LATE. Si esaminino e discutano quindi le differenze tra LATE e ATE. Nel contesto di questa politica, quali indicazioni può fornire la stima di questi parametri al policy-maker?
5. Supponiamo adesso che al ricercatore sia dato accesso anche alle informazioni relative al punteggio ISEE delle famiglie e che il valore soglia  $v^*$  sia noto e pari a 20.000 euro. Quale stimatore suggerisci di utilizzare? Quale parametro ne risulterebbe identificato? Si descriva brevemente il tipo di stimatore e si discuta come questo consenta di rilassare alcune delle ipotesi dell'IV. [Suggerimento: si ricorda che il ricercatore non osserva le altre variabili che determinano il punteggio per l'assegnazione dei posti al nido.]
6. Si vuole infine confrontare l'impatto della fornitura diretta di servizi di cura per l'infanzia (cioè gli asili nido) con quello di un trasferimento monetario alle famiglie (che consenta loro di pagare servizi di cura pubblici o privati a loro scelta). A tal fine si sfrutta un programma attuato da alcuni Comuni in cui si fornisce alle famiglie un sussidio che parte da un massimo di 600 euro mensili e diminuisce linearmente all'aumentare del punteggio ISEE fino a un minimo di 200 euro al mese per le famiglie con ISEE superiore a 20.000 euro. È possibile stimare l'effetto di un aumento dell'ammontare del sussidio sull'occupazione delle madri? Si fornisca la definizione formale dello stimatore Wald che si vorrebbe utilizzare. Come interpretare il parametro così stimato? Che informazioni ci fornisce per confrontare questo strumento di policy con il precedente? [Suggerimento: si ipotizzi che l'outcome sia continuo, ad esempio il numero di ore lavorate, invece che una variabile dicotomica di occupazione.]



## QUESITO N. 2

Gli economisti si sono a lungo chiesti quanto della disuguaglianza salariale misurata in una economia sia dovuta alle caratteristiche dei lavoratori e quanto sia attribuibile alle imprese dove lavorano. Il modello sviluppato originariamente da Abowd, Kramarz e Margolis (1999) (AKM) è uno degli strumenti empirici più usati per rispondere a questa domanda:

$$w_{ijt} = \alpha_i + \psi_j + x_{it}'\beta + \pi_{ijt} \quad (1)$$

dove il logaritmo del salario reale percepito dal lavoratore  $i$  nell'anno  $t$  nell'impresa  $j$  ( $w_{ijt}$ ) è espresso come funzione di un effetto fisso del lavoratore ( $\alpha_i$ ), di un effetto fisso dell'impresa  $j$  dove il lavoratore è occupato ( $\psi_j$ ) e di alcune caratteristiche del lavoratore ( $x_{it}$ ) che variano nel tempo: ad esempio la sua esperienza lavorativa (il numero di anni in cui ha lavorato) e la sua istruzione.  $\pi_{ijt}$  è un errore statistico.

1. Fornite una interpretazione economica dei due effetti fissi.
2. Si spieghi perché il modello (1) è identificato solo grazie agli individui che si muovono da una impresa all'altra.
3. Immaginate di stimare i parametri del modello (1) con OLS.
  - a. Si discutano le condizioni affinché  $\hat{\alpha}_i$  e  $\hat{\psi}_j$  siano stimatori consistenti di  $\alpha_i$  e  $\psi_j$ .
  - b. Gli stimatori sono consistenti anche nel caso in cui  $Cov(\alpha_i, \psi_j) > 0$ ?

E se invece l'errore fosse scomponibile in

$$\pi_{ijt} = \eta_{ij} + \varepsilon_{ijt} \quad (2)$$

dove  $\eta_{ij}$  è correlato con  $\alpha_i$  e  $\psi_j$ ?

Si fornisca un'interpretazione economica di questi due casi.

Recenti studi hanno messo in relazione  $\alpha_i$  e  $\psi_j$  con alcune politiche del lavoro. Bergolo et al. (2024) stimano l'effetto causale del salario minimo sulle componenti del modello AKM. A questo scopo sfruttano un incremento inatteso del salario minimo in Uruguay nel 2005. Gli autori misurano l'esposizione di ciascuna impresa alla riforma ( $Exp_j$ ) nel 2004;  $Exp_j$  è definita come la quota di lavoratori interessati dall'incremento del salario minimo. Utilizzano uno stimatore difference-in-differences a due periodi (2004 e 2005).

In un primo step, stimano il modello AKM consentendo all'effetto di impresa di variare nel tempo  $\psi_{jt}$ .

$$w_{ijt} = \alpha_i + \psi_{jt} + x_{it}'\beta + \pi_{ijt} \quad (3)$$



Quindi stimano con OLS il seguente modello:

$$y_{jt} = \gamma_j + \delta \cdot Post_t + \zeta \cdot Exp_j \cdot Post_t + \varepsilon_{jt} \quad (4)$$

dove la variabile dipendente  $y_{jt}$  può essere il salario medio dell'impresa  $\bar{w}_{jt}$ , oppure  $\widehat{\psi}_{jt}$ , oppure la media  $\widehat{\alpha}_{jt}$  degli effetti fissi di lavoratore che lavoravano nell'impresa nell'anno  $t$ .  $\gamma_j$  è un effetto fisso di impresa e  $Post_t$  è una variabile dicotomica pari a 1 nell'anno 2005.

I risultati mostrano un coefficiente  $\hat{\zeta}$  positivo e significativo quando come variabile dipendente si usa  $\bar{w}_{jt}$  oppure  $\widehat{\psi}_{jt}$ , mentre l'effetto è solo marginalmente positivo quando la variabile dipendente è  $\widehat{\alpha}_{jt}$ .

4. Si elenchino le ipotesi necessarie perché  $\hat{\zeta}$  abbia un'interpretazione causale.
5. Quali spiegazioni economiche si potrebbero dare ai risultati trovati?
6. Una maggiore esposizione dell'impresa  $j$  alla riforma del salario minimo potrebbe influenzare la determinazione dei salari anche nelle altre imprese attive nello stesso mercato del lavoro.
  - a. Si suggerisca almeno un canale attraverso il quale questo fenomeno può avere luogo.
  - b. Che problema può generare per l'identificazione dell'effetto causale di  $Exp_j$ ?
  - c. Come lo si potrebbe affrontare empiricamente?

### QUESITO N. 3

Immaginate di essere interessati alla stima dell'effetto causale di un trattamento binario  $D$  su un outcome  $Y$  per una popolazione di individui (indicizzati da  $i$ ). Avete a disposizione un campione casuale di osservazioni indipendenti tra loro.  $D_i$  non è indipendente dagli outcome potenziali  $Y_i(0), Y_i(1)$ , ragion per cui decidete di utilizzare una variabile strumentale binaria a vostra disposizione, denominata  $Z_i$ .

1. Definite formalmente l'ipotesi di *rilevanza* dello strumento  $Z_i$  utilizzando i valori attesi condizionati.
2. Supponete che la probabilità di trattamento tra gli individui con  $Z_i = 0$  sia pari a 0,1 e che il coefficiente di primo stadio sia pari a 0,75. Mostrate che sotto le ipotesi di indipendenza di  $Z_i$  e assenza di "defier" è possibile identificare la frazione di "always taker", la frazione di "never taker" e la frazione di "complier" nella popolazione. Determinate numericamente tali quote.
3. Sotto queste ipotesi, mostrate che sono identificati sia l'outcome potenziale medio *trattato* ( $Y_i(1)$ ) per gli "always taker" sia l'outcome potenziale medio *non trattato* ( $Y_i(0)$ ) per i "never taker".



4. Sotto le stesse ipotesi, dimostrate che  $E[Y_i | D_i = 0, Z_i = 0]$  identifica una media pesata degli outcome potenziali attesi *non trattati* dei “never taker” e dei “complier”. Quali sono i pesi?
5. Utilizzando le informazioni a vostra disposizione, come potreste testare se “complier” e “never taker” hanno outcome potenziali diversi in assenza di trattamento?
6. Fornite una breve descrizione di un esempio applicato in cui questo test potrebbe essere utile per testare ipotesi economiche d’interesse.

### Macro e micro economia

*Due quesiti a scelta tra quattro proposti dalla Commissione*

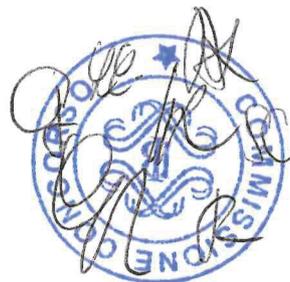
#### **QUESITO N. 4**

Si consideri un modello a generazioni sovrapposte ove, in ogni periodo  $t \geq 0$ , nascono due individui, da indicare con  $i = 1, 2$ , con utilità

$$U_t^i = \log c_t^{y,i} + \beta \log c_{t+1}^{o,i}$$

dove  $c_t^{y,i}$  è il consumo da giovane dell'individuo  $i$  nato al tempo  $t$  e  $c_{t+1}^{o,i}$  è il consumo da vecchio dell'individuo  $i$  nato al tempo  $t$ . Le dotazioni del bene di consumo intertemporali sono  $e^i = (e^{y,i}, e^{o,i})$  per ogni  $t \geq 0$ , dove  $\sum_i e^{y,i} = \sum_i e^{o,i} = 1$ . In ogni periodo  $t \geq 0$ , i giovani hanno la possibilità di risparmiare acquistando  $a_{t+1}^i$  unità di un titolo al prezzo  $v_t = 1/(1 + r_{t+1})$  a fronte della promessa di ricevere, nel periodo successivo, un'unità del bene di consumo per ogni unità del titolo acquistato.

1. Determinare i vincoli di bilancio di ogni individuo  $i$  nella generazione nata in  $t \geq 0$ .
2. Definire e caratterizzare l'unico equilibrio competitivo di questa economia (quanto consuma e quanto risparmia ogni generazione di individui nel corso della propria vita e qual è il valore dei tassi d'interesse  $r_{t+1}$ ). In particolare, mostrare che ogni individuo  $i$  prende a prestito dall'altro individuo della stessa generazione se e solo se il suo reddito da giovane è inferiore al suo reddito da vecchio. Fornire un'interpretazione economica.
3. Si supponga ora che la generazione di anziani al tempo  $t = 0$  posseda una quantità di moneta  $M > 0$  (definita in euro) a rendimento nominale nullo. Mostrare che esiste un equilibrio monetario stazionario (ovvero, un equilibrio in cui la moneta ha valore e tale valore è costante) se e solo se  $\beta > 1$ . In questo caso determinare il tasso di inflazione di equilibrio.



## QUESITO N. 5

Si consideri un'economia popolata da una massa unitaria di individui identici dotati della seguente funzione di utilità:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t)$$

dove  $c_t$  indica il consumo,  $l_t$  le ore lavorate, e  $\beta \in (0,1)$ . La funzione di utilità di periodo  $u(c_t, l_t)$  è standard (ovvero,  $u$  è strettamente crescente e strettamente concava in  $c_t$ , strettamente decrescente e strettamente convessa in  $l_t$ , continua, differenziabile due volte con continuità, e soddisfa le condizioni di Inada).

Un individuo che lavora  $l_t$  ore produce  $l_t$  unità di beni consumo, ovvero una unità per ogni ora lavorata. Il vincolo di bilancio è dato da:

$$\sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t \leq \sum_{t=0}^{\infty} p_t l_t$$

dove  $p_t$  rappresenta il valore attualizzato al tempo 0 di un'unità di consumo al tempo  $t$  e  $p_0 = 1$ . Vale la condizione:  $\frac{p_{t+1}}{p_t} = \frac{1}{(1+r_{t+1})}$ , dove  $r_{t+1}$  è il tasso di interesse reale.

1. Si dimostri che l'equilibrio competitivo di questa economia soddisfa la condizione  $\frac{1}{(1+r_{t+1})} = \beta$  in ogni periodo  $t$ .
2. Si supponga ora che esista un governo che tassa il reddito da lavoro con un'aliquota costante  $\tau$ . I proventi dalla tassazione sono utilizzati per finanziare della spesa pubblica (ma gli agenti non traggono nessun tipo di beneficio da questa spesa). Il nuovo vincolo di bilancio è dato da:

$$\sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t \leq \sum_{t=0}^{\infty} p_t (1 - \tau) l_t$$

Si supponga inoltre che la funzione di utilità per periodo sia la seguente (la cosiddetta utilità Greenwood–Hercowitz–Huffman, o GHH):

$$u(c_t, l_t) = \frac{\left( c_t - \frac{l_t^{1+\frac{1}{\eta}}}{1+\frac{1}{\eta}} \right)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - 1.$$



dove  $\sigma > 0$  e  $\eta > 0$  sono parametri. Si determini:

- a. l'offerta di lavoro ottimale  $\{l_t\}_{t=0}^{\infty}$  come funzione dell'aliquota  $\tau$  e dei parametri del modello;
  - b. l'elasticità dell'offerta di lavoro rispetto alla tassazione,  $\varepsilon_{l,\tau} = \frac{\partial \log(l_t)}{\partial \log(1-\tau)}$ .
3. Sotto le ipotesi del punto 2, si calcoli il picco della curva di Laffer, ovvero si determini l'aliquota  $\tau^*$  per cui il gettito fiscale in ogni periodo  $t$  ( $R_t = \tau l_t$ ) è massimizzato. Si discuta da quale tra i parametri  $\eta, \sigma, \beta$  dipende  $\tau^*$  e si fornisca una interpretazione economica.
  4. Si supponga che il livello di spesa pubblica da finanziare sia  $\bar{g}$  in ogni periodo. Il governo non emette debito. Sotto queste condizioni è possibile mostrare che, se  $\bar{g}$  è sufficientemente piccolo, esistono due aliquote,  $\bar{\tau}_1$  e  $\bar{\tau}_2$ , che il governo può scegliere per finanziare  $\bar{g}$ . Quale delle due è preferibile? Perché?

### QUESITO N. 6

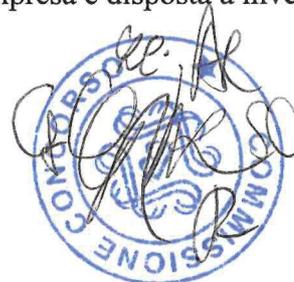
Si consideri il problema di un'impresa che deve finanziare un progetto e chiede un prestito al sistema bancario. L'impresa ha un capitale iniziale  $k \in (0, I)$  e un progetto di ricerca e sviluppo, che può essere di due tipi, identificati dalla probabilità di successo  $\lambda \in \{\lambda_h, \lambda_l\}$ , con  $\lambda_h > \lambda_l$ . Ogni progetto costa  $I$  e rende  $R$  in caso di successo e 0 altrimenti. Si assuma che  $\lambda_h R > I > \lambda_l R$ . Poiché  $k < I$ , l'impresa necessita di un prestito esterno ( $I - k$ ) per finanziare il progetto. Si rivolge pertanto al sistema bancario che opera in regime di concorrenza perfetta, per cui i profitti attesi sono nulli, offrendo un tasso di interesse lordo  $r$ . Il costo dei fondi per una banca è normalizzato a 1 (ossia il tasso di interesse a prestito per il sistema bancario è zero). Se il progetto dell'impresa ha successo, essa rimborsa  $r(I - k)$ ; in caso di fallimento, non rimborsa nulla (responsabilità limitata).

Il timing e il set informativo degli agenti del gioco sono i seguenti:

- l'impresa sa se il suo progetto ha una bassa o alta probabilità di successo e fa domanda per un prestito;
- le banche decidono che tasso di interesse lordo offrire;
- l'impresa osserva il tasso offerto e decide se accettare il finanziamento o rifiutare. Se rifiuta, l'impresa conserva il proprio capitale iniziale  $k$ . Se accetta, investe nel progetto.

Si consideri il caso in cui anche le banche possono osservare perfettamente la probabilità di successo  $\lambda$  dell'impresa.

1. Qual è il tasso d'interesse massimo  $\bar{r}(\lambda, k)$  al quale l'impresa è disposta a investire?



2. Quale tasso d'interesse  $r^*(\lambda, k)$  verrà offerto all'impresa?
3. Date le vostre risposte ai punti 1 e 2, quale tipo di impresa accetterà il finanziamento? Questa risposta dipende dal capitale dell'impresa?

Si assuma che la banca non osservi né  $\lambda$  né  $k$ , ma assegni una probabilità a priori pari ad  $\alpha \in (0, 1)$  che il progetto da finanziare sia di tipo  $\lambda_h$ . Si assuma inoltre che la banca riceva un segnale  $s \in \{H, L\}$  sul tipo di progetto dell'impresa. La struttura probabilistica del segnale è la seguente:

$$\begin{aligned}
 P(s = H | \lambda = \lambda_h) &= 1 & P(s = L | \lambda = \lambda_h) &= 0 \\
 P(s = H | \lambda = \lambda_l) &= 1 - \phi & P(s = L | \lambda = \lambda_l) &= \phi
 \end{aligned}$$

dove  $\phi \in (0, 1)$  è l'accuratezza dello screening.

4. Calcolare le probabilità a posteriori  $P(\lambda | s)$ . [Suggerimento: usate la regola di Bayes e il fatto che  $P(H) = P(\lambda_h | H)\alpha + P(\lambda_l | H)(1 - \alpha)$ .]
5. Quale tasso d'interesse  $r^*(s)$  sarà offerto dalle banche?
6. Date le vostre risposte ai punti 4 e 5, quale tipo di impresa accetterà il finanziamento? La risposta dipende dal livello del capitale iniziale dell'impresa? Si assuma per semplicità che  $E[\lambda | H] \cdot R \leq I$ .
7. Si descrivano e confrontino i due equilibri trovati nei punti 1-3 e 4-6, e si fornisca una spiegazione economica delle eventuali differenze.

### QUESITO N. 7

Due agenti ( $i = 1, 2$ ) devono decidere a quale velocità guidare e quanto consumare di un bene. Ciascun individuo sceglie una velocità  $x_i$  e ottiene un'utilità  $U(x_i)$  dalla scelta della velocità, con  $U'(x) > 0$  e  $U''(x) < 0$  per ogni  $x$ . (Cioè, ogni agente preferisce una velocità maggiore perché gli permette di raggiungere più luoghi in meno tempo). Guidare più velocemente aumenta la probabilità di incorrere in un incidente con l'altro agente. La probabilità di incidente è  $\pi(x_i) + \pi(x_j)$ , con  $\pi'(x) > 0$  e  $\pi''(x) > 0$  ( $x_j$  denota la velocità scelta dall'altro guidatore). Il costo di un incidente è  $c > 0$ . L'utilità complessiva dell'agente  $i$  è:

$$v(x_i, y_i) = U(x_i) + y_i$$

dove  $y_i$  è la quantità del bene consumata dall'agente  $i$ . Il vincolo di bilancio è:

$$(\pi(x_i) + \pi(x_j))c + y_i = M_i$$



dove  $M_i$  è il reddito dell'agente  $i$  e il prezzo del bene  $y_i$  è normalizzato a 1.

1. Impostare il problema di massimizzazione per l'agente  $i$ . Derivare la condizione del primo ordine che caratterizza la scelta ottimale di velocità  $x_i^*$  e determinare la corrispondente quantità di consumo  $y_i^*$ .
2. Verificare che la condizione del primo ordine identifica un massimo locale per il problema dell'agente.
3. Come cambiano le scelte ottimali dell'agente  $i$  ( $x_i^*$  e  $y_i^*$ ) al variare del costo di un incidente  $c$ ? Discutere fornendo un'interpretazione economica.
4. Come cambia la velocità ottimale  $x_i^*$  quando aumenta  $M_j$  (il reddito dell'agente  $j$ )? Fornire un'interpretazione economica.
5. Si assuma ora che un pianificatore sociale prenda le decisioni sulle velocità  $(x_1, x_2)$  e sul consumo  $(y_1, y_2)$ , soggetto a ciascuno dei due vincoli di bilancio individuali. Derivare le condizioni del primo ordine per le scelte ottimali di velocità  $x_1^P$  e  $x_2^P$  dal punto di vista del pianificatore. Confrontare la velocità  $x_1^P$  (o  $x_2^P$ ) scelta dal pianificatore per un agente con la velocità  $x_1^*$  (o  $x_2^*$ ) scelta individualmente dallo stesso agente. Discutere la natura di eventuali differenze, identificando il tipo di problema economico che emerge in questo contesto.
6. Si ritorni al problema di scelta individuale. Si assuma ora che l'agente  $i$  paghi una multa  $f$  ogni volta che è coinvolto in un incidente. Formulare e risolvere il nuovo problema di massimizzazione dell'agente  $i$  in presenza di questa multa.
7. Determinare il valore della multa  $f^*$  che allinea la scelta di velocità individuale con quella socialmente ottimale. Commentare le caratteristiche di questa multa ottimale.

### **Prova in lingua inglese**

From Sweden to Singapore, many countries are moving toward cashless economies. Supporters highlight convenience and reduced crime, while critics worry about privacy, data security, and excluding vulnerable groups. Please discuss.

