BANCA D'ITALIA
EUROSISTEMA

CONCORSO PER L'ASSUNZIONE DI 6 ESPERTI CON ORIENTAMENTO NELLE DISCIPLINE ECONOMICO-POLITICHE

(Bando del 21 dicembre 2017 - **lett. F**)

Testo n. 2

Due quesiti a scelta tra i tre proposti dalla Commissione
Metodi empirici per l'analisi economica

QUESITO N. 1

Si ipotizzi di stimare un modello lineare con dati *cross-section* che utilizzi come variabile dipendente la variabile Y e come variabile esplicativa la variabile X_1. Si ipotizzi che il modello "vero" includa invece anche una seconda variabile X_2. Per semplicità si assuma inoltre che tutte le varibili considerate siano continue.

(a) Si dimostri sotto quale condizione lo stimatore OLS del parametro relativo a X_1 derivante dalla stima del modello bivariato sia non distorto.

(b) Si assuma adesso che la condizione di cui al punto (a) sia verificata e si stimi un modello che includa come variabili esplicative X_1 e la variabile continua X_3 che non è parte del modello vero. Si spieghi quali sono le conseguenze dell'inclusione della variabile X_3 sulle proprietà statistiche in campioni finiti dello stimatore OLS del parametro relativo a X_1.

(c) Si assuma adesso che i termini di errore del modello bivariato di cui al punto (a) siano eteroschedastici. Si derivi lo stimatore della varianza dello stimatore OLS del parametro relativo a X_1 e si discutano le conseguenze derivanti dall'assunzione errata di omoschedasticità.

QUESITO N. 2

Date l'equazione di interesse

$$Y_i = \beta_0 + \beta_{1i} X_i + u_i$$

e l'equazione di primo stadio

$$X_i = \pi_0 + \pi_{1i} Z_i + v_i$$

in cui β_{1i} e π_{1i} sono distribuiti indipendentemente da u_i, v_i e Z_i, $E(u_i|Z_i) = E(v_i|Z_i) = 0$ e $E(\pi_{1i}) \neq 0$.

(a) Si scriva l'espressione per lo stimatore TSLS (Two-Stage Least Squares) del parametro β_{1i} e il suo limite in probabilità.

(b) Sfruttando i risultati di cui al punto (a) si riscriva il limite in probabilità dello stimatore TSLS come funzione dei momenti di β_{1i} e π_{1i}. Utilizzando tale espressione si spieghi intuitivamente cosa misura tale limite in questo contesto. Si precisi inoltre come tale limite viene denominato nell'ambito della letteratura sui quasi esperimenti.

COMMISSIONE CONCORSI

(c) Si specifichino infine le condizioni tali che $\widehat{\beta}_1^{TSLS} \xrightarrow{p} E(\beta_{1i})$. Si precisi inoltre come $E(\beta_{1i})$ viene denominato nella letteratura sui quasi esperimenti.

QUESITO N. 3

Si considerino n individui $(i = 1, 2, ..., n)$ che hanno partecipato ad un processo di selezione il cui punteggio (P) varia da P^{min} a P^{max} con $P^{min} \leq \overline{P} \leq P^{\max}$. $\overline{P}$ rappresenta un punteggio soglia tale per cui se l'individuo $i-esimo$ ha ottenuto un punteggio P_i inferiore o uguale a $\overline{P}$ (*i.e.* $P_i \leq \overline{P}$) è tenuto obbligatoriamente a partecipare ad un programma di formazione; se invece ha ottenuto un punteggio P_i superiore a $\overline{P}$ (*i.e.* $P_i > \overline{P}$) non può partecipare. Sia D_i una variabile binaria che assume valore 1 se l'individuo è assegnato al programma (avendo ottenuto $P_i \leq \overline{P}$) e 0 altrimenti.

(a) Dato il seguente modello di regressione

$$\begin{aligned} Y_i &= \beta_1 + \beta_2 P_i^* + \beta_3 D_i + \varepsilon_i \\ \text{con } P_i^* &= P_i - \overline{P} \end{aligned}$$

in cui Y_i rappresenta una variabile risultato continua, si calcoli il valore atteso di Y_i per (i) un individuo che ha conseguito $P_i = \overline{P}$; (ii) un individuo che ha conseguito $P_i < \overline{P}$; (iii) un individuo che ha conseguito $P_i > \overline{P}$. Sempre basandosi sul medesimo modello di regressione si calcoli il valore atteso di Y_i per (iv) un individuo che ha conseguito $\overline{P} - p$; (v) un individuo che ha conseguito $\overline{P} + p$. Si supponga che p sia positivo e molto piccolo tale per cui i due punteggi (iv) e (v) siano molto vicini alla soglia. Si spieghi a cosa corrisponde la differenza tra i due valori attesi in un contesto di regressione con discontinuità.

(b) Si supponga adesso di voler estendere il modello di cui al punto (a) includendo potenze di P_i^* di grado superiore al primo e/o l'interazione tra P_i^* e D_i. Si illustrino (eventualmente anche utilizzando grafici) le possibili motivazioni sottostanti a queste specificazioni che estendono il modello di cui al punto (a).

(c) Si supponga infine che, dopo aver conosciuto l'esito della selezione, la decisione dell'individuo $i-esimo$ se partecipare o meno al programma sia volontaria. Si spieghi se ed eventualmente perchè la volontarietà della scelta complica la stima dell'effetto della partecipazione al programma, precisando come e sotto quali ipotesi tale effetto possa essere comunque stimato.

Un quesito a scelta tra due proposti dalla Commissione

Microeconomia

QUESITO N. 4

Si consideri il problema di scelta ottima di un consumatore la cui dotazione è costituita dalla sola risorsa tempo $\bar{T} > 0$ il cui valore unitario è dato dal salario $w>0$. Le preferenze sono rappresentate dalla funzione di utilità

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$$

dove x_1 è il consumo di tempo libero, x_2 rappresenta un bene di consumo e i prezzi sono indicati rispettivamente da w per il bene *1* e da p_2 per il bene *2*.

(a) Si determini il saggio marginale di sostituzione tra consumo e tempo libero e si traccino su un grafico le curve d'indifferenza.
(b) Si determini il paniere ottimo. Sotto quale condizione esiste una soluzione d'angolo tale per cui $x_2=0$?
(c) Si determini la funzione di offerta di lavoro e si dimostri analiticamente che tale offerta aumenta al crescere del salario w.

QUESITO N. 5

Si consideri il seguente modello *à la* Diamond e Dybvig (1983) relativo a un'economia che dura 2 periodi e in cui una quota α di consumatori "impazienti" trae utilità dal consumare in t=1, e la restante quota, pari a $(1 - \alpha)$, ottiene un'utilità se consuma in t=2 (consumatori "pazienti"):

$$U(c_1, c_2) = \begin{cases} U(c_1, 0) & \text{se "impazienti"} \\ U(0, c_2) & \text{se "pazienti"} \end{cases}$$

dove c_1 è il consumo in t=1 e c_2 il consumo in t=2 e si ha $U' > 0$ e $U'' < 0$.

La quota α è nota. Il consumatore apprende se è "paziente" o "impaziente" solo in t=1. Tale informazione è nota solo al consumatore stesso.

Il consumatore ha una ricchezza data in t=0, pari a 1 che detiene integralmente in un deposito a vista presso una banca. La banca offre un contratto di deposito che consente al depositante di ritirare r_1 in t=1 oppure r_2 in t=2, a qualunque depositante lo richieda, in ordine di presentazione allo sportello. La banca alloca le somme ricevute in deposito fra due attività finanziarie: un'attività "liquida", il cui valore è pari a 1 sia in t=1 sia in t=2 e una "illiquida", il cui valore in t=1 è pari a $(1 - \tau)$ con $0 < \tau < 1$, in t=2 è pari a R>1.

i. Si spieghi perché il contratto di deposito espone le banche al rischio di "corse agli sportelli" (tutti i depositanti chiedono il rimborso del deposito in t=1).

ii. Perché in caso di "sospensione dei pagamenti" (la banca prevede nel contratto che pagherà r_1 fino al raggiungimento di una pre-determinata quota dei depositanti) o di assicurazione sui depositi si elimina il rischio di "corse agli sportelli"?

iii. Si discuta se le due soluzioni al problema del rischio di "corse agli sportelli" menzionate sono equivalenti nel caso in cui la quota dei consumatori "impazienti" (α) sia una variabile casuale di cui si conosce la distribuzione in t=0 e il cui valore effettivo si realizza in t=1. Si tenga presente che le scelte di investimento della banca sono prese al tempo t=0.

Un quesito a scelta tra due proposti dalla Commissione

Macroeconomia

QUESITO N. 6

Si consideri un'economia rappresentata dal seguente sistema di equazioni lineari:

$$y_t = m_t - p_t \qquad (1)$$

$$y_t = \bar{y} + \varphi[p_t - E_{t-1}p_t] + u_t \qquad (2)$$

$$m_t = \bar{m} \qquad (3)$$

dove y_t indica il livello di output nel periodo t, p_t il livello dei prezzi e $E_{t-1}p_t$ l'aspettativa razionale di p_t sulla base dell'informazione disponibile al tempo $t-1$, m_t l'offerta di moneta in termini nominali ed infine u_t un disturbo stocastico (*shock*) non autocorrelato e distribuito normalmente con media nulla e varianza costante pari a σ_u^2. Inoltre, sia $\bar{y}$ il livello naturale di output, $\varphi > 0$ e $\bar{m} > 0$ (con $\bar{m} > \bar{y}$).

a) Si commentino brevemente le equazioni del modello e si descrivano i tratti salienti di una o più teorie economiche per la *microfondazione* della relazione positiva fra y_t e p_t come nella (2).

b) Si calcoli la soluzione di equilibrio per il livello di output (y_t) e per il livello dei prezzi (p_t) sotto l'ipotesi di aspettative razionali; si commentino gli effetti su y_t e p_t a seguito di: *i*) uno shock positivo di offerta e *ii*) un aumento di $\bar{m}$.

c) Si assuma ora la seguente regola per l'offerta di moneta

$$m_t = \bar{m} + \alpha(p_t - \bar{p}) \qquad (4)$$

dove $\bar{p} = \bar{m} - \bar{y}$ e $0 \leq \alpha \leq 1$. Si derivi la soluzione sotto l'ipotesi di aspettative razionali per il livello di output (y_t) e per il livello dei prezzi (p_t); si calcoli il valore del parametro α tale per cui l'output gap sia pari a zero (vale a dire $y_t - \bar{y} = 0$) e fornisca una intuizione di tale risultato.

QUESITO N. 7

Si consideri il seguente modello di crescita in tempo continuo con due regioni, i=1,2, e due settori: uno in cui si produce un output Y(t) e l'altro in cui si produce conoscenza A(t). Sia $0<\alpha_{iL}<1$ la quota di lavoratori occupati nel settore in cui si produce conoscenza nella regione i, e $L_i(t)$ il lavoro impiegato nella stessa regione. Nelle due regioni l'output è prodotto con la seguente funzione di produzione:

$$Y_i(t) = A_i(t)(1-\alpha_{iL})L_i(t) \qquad (1)$$

Nella regione 1, leader nella produzione di conoscenza, la dinamica di $A_1(t)$ nel tempo è data da:

$$dA_1(t)/dt = B\alpha_{1L}L_1(t)A_1(t) \qquad (2)$$

in cui $dA(t)/dt$ è la derivata di A(t) rispetto al tempo e B>0 è una costante. La regione 2 non produce autonomamente nuova conoscenza, ma assorbe quella prodotta nella regione 1 con un processo di *learning* che segue la seguente dinamica:

$$\frac{dA_2(t)}{dt} = \gamma\alpha_{2L}L_2(t)[A_1(t) - A_2(t)] \qquad \text{se } A_1(t) > A_2(t) \qquad (3)$$

$$\frac{dA_2(t)}{dt} = 0 \qquad \text{se } A_1(t) \leq A_2(t) \qquad (4)$$

Si assuma $\gamma>0$ e che in entrambe le regioni la popolazione sia costante ($dL_i(t)/dt=0$).

(a) Per la regione 1 si derivi il tasso di crescita di equilibrio di *steady state* di A, Y e Y/L in cui le variabili crescono a un tasso costante. Si discuta la stabilità di tale equilibrio. Come cambia il sentiero di crescita di lungo periodo nella regione 1 se la popolazione cresce al tasso n>0? Con popolazione crescente esiste un sentiero di crescita di *steady state*?

(b) Si definisca ora il rapporto tra il livello della conoscenza nelle due regioni $W(t) \equiv A_2(t)/A_1(t)$ assumendo popolazione costante nelle due regioni ($dL_i(t)/dt=0$). Si derivi la funzione dW(t)/dt in funzione di W(t) (diagramma di fase) e si calcoli il livello di equilibrio W*, in cui il rapporto W(t) nel lungo periodo è pari a una costante. Si discuta la stabilità di tale equilibrio.

(c) Si assuma ora che $\alpha_{1L}=\alpha_{2L}$ e che le due regioni abbiano la stessa dimensione ($L_1(t)=L_2(t)$). Si calcoli il rapporto tra l'output per occupato nella regione 2 e l'output per occupato nella regione 1 lungo il sentiero di crescita bilanciata: $y_2(t)/y_1(t)$, dove y≡Y/L. Quale regione in equilibrio di *steady state* presenta un livello di output per occupato maggiore?

<u>Prova in lingua inglese</u>

"More and more young people are studying and working abroad and this will help to bring about greater international co-operation in the future". Do you agree or disagree with this statement?

COMMISSIONE CONCORSO